

А.А.Землянский, Н.М.Светлов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМАЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНОГО
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В статье обосновывается система математических методов, обеспечивающих возможность формального описания линейных экономико-математических моделей с целью последующей автоматизации их построения и постоптимизационного анализа.

Использование персональных компьютеров непосредственно на рабочих местах специалистов сельскохозяйственного производства приобретает все более широкое распространение. Тем самым создаются объективные условия для реализации информационных технологий, являющихся важным фактором повышения эффективности управления столь сложной системой, какой является современное сельскохозяйственное предприятие. Ставшие актуальными в настоящее время тенденции к крупным организационным и хозяйственным переменам, к созданию новых, экономически самостоятельных, приближающихся к оптимуму по размерам предприятий арендного, фермерского, семейного типа требуют адекватных информационных технологий, адаптируемых к специфике новых условий хозяйствования.

В широком понимании информационные технологии можно разделить на две большие группы. Первая связана с автоматизацией учетной деятельности, а с внедрением АРМ - и управленческой работы в широком смысле слова. Это обеспечивает экономию затрат труда, повышение оперативности управления, исключает случайные ошибки в арифметическом счете, предоставляя руководству хозяйств более надежную информационную базу для принятия решения.

Вторая сторона, которая по причинам, рассмотренным ниже, еще не нашла адекватного воплощения в практике, - это система экономико-математических методов оптимального планирования. В их числе и наиболее отработанные, методологически, информационно и программно обеспеченные, уже применяемые в практике сельскохозяйственного планирования методы линейного экономико-математического моделирования, сводящиеся к решению задачи нахождения экстремального значения линейного функционала при неперенном условии соблюдения системы ограничений, записываемых в виде линейных уравнений или неравенств.

В предлагаемой статье ставится задача обоснования методов формализации линейного экономико-математического моделирования в условиях функционирования автоматизированной системы обработки экономической информации (АСОЭИ), базирующейся на профессиональных персональных компьютерах.

В настоящее время ведутся дискуссии о возможности и необходимых условиях применения линейных экономико-математических моделей (ЛЭММ) в практике сельскохозяйственного планирования. О характере этой дискуссии могут дать представление работы [1,3,8,10]. Остановимся лишь на основных положениях, с которыми согласно большинство авторов.

Во-первых, квалификация экономистов сельского хозяйства, в том числе и на вышестоящих уровнях управления (районный, областной), не достаточна для широкого применения ЛЭММ в хозяйственной практике. Хозяйства обычно обращаются за помощью в разработке ЛЭММ к специалистам НИИ и вузов, но возможности этих учреждений не сопоставимы с потребностями хозяйств.

Во-вторых, удовлетворительные результаты от моделирования могут быть получены лишь при одновременном решении целого комплекса моделей, разработка которого тем более не обеспечена кадрами, да и анализ полученного огромного массива данных потребует значительных затрат рабочего времени.

В-третьих, даже те модели, которые составляются в условиях НИИ, являются моделями заведомо упрощенными, отражающими малую долю реально присущих исследуемому процессу закономерностей. Усложнение модели возможно только при условии высвобождения времени для ее структурной разработки за счет времени расчета технико-экономических коэффициентов (ТЭК). Но и в этом случае составитель модели вряд ли сможет отразить специфику конкретного хозяйства столь полно, сколь специалист, работающий непосредственно на месте, поскольку, даже в совершенстве владея методологией моделирования, он основывается лишь на предоставленном хозяйством документах, не лишенных ошибок. Отнюдь не всегда на этой основе он может прийти к необходимости привлечения дополнительной информации. Зато экономисту хозяйства круг необходимой информации и степень ее достоверности известны досконально, он обладает всеми возможностями ее проверки.

Существующие попытки автоматизировать построение и анализ ЛЭММ не вызвали революции в применении моделирования, поскольку они по необходимости ориентированы на самую общую постановку задачи, в то время как в природе не существует двух одинаковых хозяйств, к которым была бы применима структурно идентичная модель, отличающаяся лишь ТЭК и набором переменных величин каждого класса (например, при оптимизации производственной структуры - виды культуры, половозрастные группы скота, покупные ресурсы и т.п.).

В связи с вышеизложенным возникает проблема разработки теоретических основ такого метода формализованного представления ЛЭММ, который позволил бы реализовать эффективный и удобный для пользователя алгоритм интерпретации любой заданной с помощью некоторых изобразительных (например, языковых или графических) средств постановки задачи ЛЭММ, обеспечивающий:

- 1) возможность однозначного, непротиворечивого, полного описания постановки задачи экономико-математического моделирования;
- 2) гарантию правильной подготовки данных пользователем, обладающим минимальными навыками работы с конкретной ЭВМ;
- 3) возможность выдачи результатов решения в виде документов, содержащих осмысленные экономические показатели, а не материалы к

их расчету.

Возможность разработки такого метода открывается на основе предлагаемого автором подхода, в основе которого лежит изложенная в работах [4,5,6,7] теория математического представления сложных, иерархически организованных документов табличной формы.

Введем ряд обозначений и операций.

Под операцией структурной развертки [6] (в дальнейшем - развертки) будем понимать операцию над двумя деревьями, результатом которой является граф, полученный следующим образом: к каждой ви-

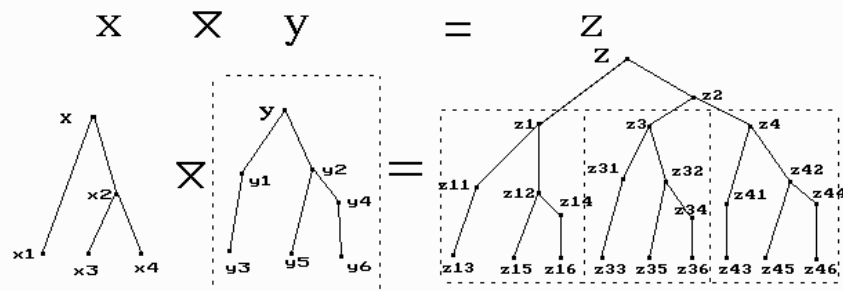


Рис.1. Операция структурной развертки деревьев. Прямоугольником выделен второй операнд

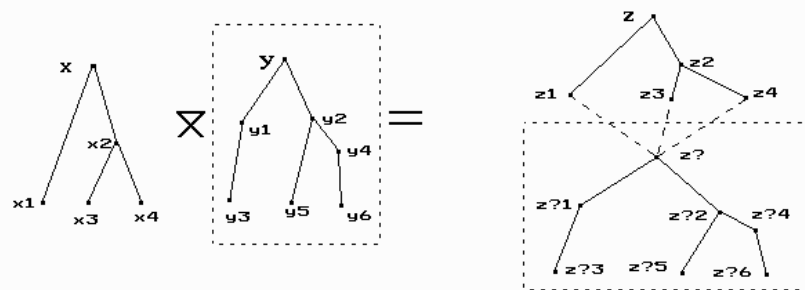


Рис. 2. Графическое обозначение операции структурной развертки. Прямоугольником выделен второй операнд.

скачей вершине дерева X подвешивается дерево Y (X - первый операнд, Y - второй, см. рис.1). В дальнейшем операции развертки бу-

дем обозначать на рисунках с использованием штриховых линий, как на рис.2. Обозначим эту операцию так: $Z=XY$, где Z - результатный граф, X - первый операнд, Y - второй операнд.

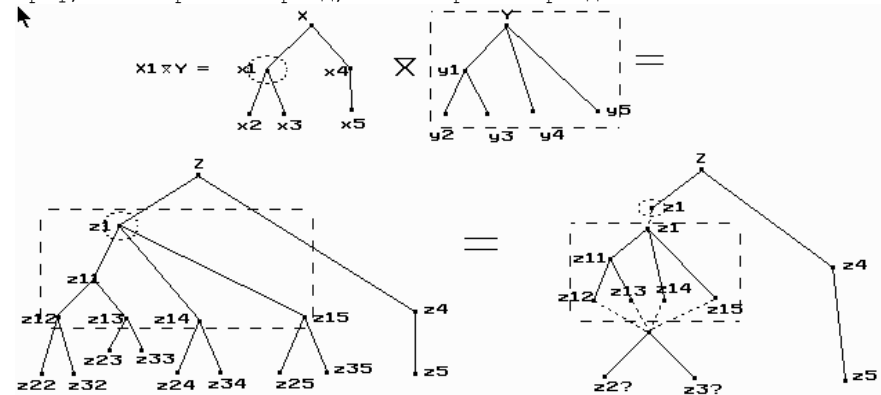


Рис.3 Применение операции развертки к одной из вершин графа. Кругом выделен первый операнд, прямоугольником - второй.

Определим также операцию развертки, аргументами которой являются вершина одного дерева и другое дерево. Результатом ее будет дерево, получаемое путем подвешивания к вершине X (левому аргументу) графа Y (правого аргумента), а к каждой из его висячих вершин - поддеревя, корнем которого являлась вершина X (рис.3). Используем для этой операции то же обозначение (XY).

Пусть $E(X)$ - операция над графом X, отображающая его на множество его висячих вершин, $G(Q)$ - операция над дискретным множеством Q, отображающая его на двухуровневое дерево с висячими вершинами, соответствующими каждому элементу множества Q, а $\#Q$ - операция над дискретным множеством Q, возвращающая его мощность как натуральное число или нуль.

Будем исходить из того, что элемент множества может, в свою очередь, обладать собственной сложной структурой. На уровне данного множества от этой структуры можно абстрагироваться, сосредоточив внимание лишь на общем качестве элементов множества. Переходя к исследованию конкретного элемента множества, мы можем рассмотреть его структуру как множество элементов более низкого уровня.

Поставим в соответствие иерархии множеств ее графическое отображение в виде дерева. Например, граф Y (см. рис.1) отображает следующую иерархию множеств: $Y=\{y1, y2\}$; $y1=\{y3\}$; $y2=\{y5, y4\}$; $y4=\{y6\}$.

Один и тот же элемент, рассмотренный с различных позиций, может иметь различную структуру. Например, элемент "здания и сооружения" множества основных производственных фондов может иметь следующую структуру: {одноэтажные, многоэтажные}, {огнестойкие, неогнестойкие}, {отопливаемые централизованно, с печным отоплени-

ем, неотапливаемые}. Принятие во внимание одновременно нескольких характеристик данного элемента соответствует операции развертки применительно к деревьям, отображающим структуру данных множеств.

Другими словами, операция развертки представляет собой раскрытие некоторого качества, присущего всем элементам какого-либо множества в силу того, что эти элементы сами раскрывают иную качественную сторону элемента, характеризуемого и тем, и другим качеством. Эта характеристика операции развертки по индукции верна не только для пары, но и для целой системы качеств и множеств, описывающих их возможные состояния.

Например, операция развертки графа $X=\{x1,x2\}$, $x2=\{x3,x4\}$ по графу Y (рис.1) имеет тот смысл, что структура Y , присущая объекту X , присуща и объектам $x1,x3$ и $x4$, поскольку они представляют собой конкретизированный объект X , и предстает перед нами в виде соответствия $x1,x3,x4=Y$ (т.е. $x1$, $x2$ и $x4$ имеют структуру Y), что прямо позволяет представить результирующий граф Z в виде $Z=\{x1,x2\}$; $x2=\{x3,x4\}$; $x1,x3,x4=Y$; $Y=\{y1,y2\}$; $y1=\{y3\}$; $y2=\{y5,y4\}$; $y4=\{y6\}$. Пример, приведенный для операции развертки дерева X по дереву Y , верен и для операции развертки вершины X по дереву Y , поскольку она сводится к развертке поддерева, "растущего" из вершины X , с тем лишь добавлением, что в этом случае X является элементом множества более высокого уровня, возможно, отличным по своей структуре от других элементов того же множества.

Перейдем теперь к рассмотрению математического аппарата формализации ЛЭММ.

Основная идея формального представления произвольных таблиц состоит в рассмотрении последних как отношения между подлежащим и сказуемым, описываемого в виде дерева, представленного известными способами [4,6,9] в памяти ЭВМ. Каждый элемент сказуемого в этом случае однозначно задается парой реквизитов-признаков макета таблицы: $u=R(x,y)$, $x \in X$, $y \in Y$, где X и Y - множества реквизитов-признаков, размещенных соответственно в верхней и левой частях таблицы (Horizontal & vertical title). Далее для краткости будем называть такие множества множествами названий соответственно столбцов и строк таблицы. В случае линейной структуры аргументов этого отношения, иными словами, их семантической однородности, имеем простую прямоугольную матрицу U размерностью $X*Y$. Эта матрица может быть представлена как множество:

$$E(U) = \bigcup_{x \in X} \bigcup_{y \in Y} R(x,y) \quad (1),$$

либо как дерево:

$$U = G(X) \times G(Y) \quad (2).$$

В практике, однако, такая однородность встречается редко, поэтому сами множества X и Y обычно представляют собой результаты отношений, например, рекуррентных отношений, задающих иерархическую структуру верхней и левой частей таблицы.

Графически структура, отвечающая таким отношениям, представ-

ляет собой дерево. Если отобразить эти отношения в виде деревьев XX и YY , то $X=E(XX)$, $Y=E(YY)$. Тогда вся таблица предстает перед

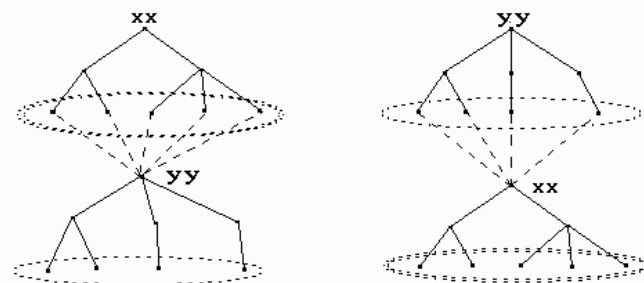


Рис.4 Два равносильных представления таблицы в виде дерева. Пунктиром выделено множество названий строк, двойным пунктиром - множество названий столбцов таблицы.

нами как

$$U = XX \times YY \quad (3)$$

или

$$U = YY \times XX \quad (4),$$

и может быть графически представлена как дерево XX , каждому листу которого соответствует дерево YY , либо как дерево YY , каждому листу которого соответствует дерево XX (рис.4).

Рассмотрим ЛЭММ как таблицу. Тогда множество X будет состоять из названий столбцов переменных, столбца кодов знаков и столбца свободных членов; либо из названий столбцов переменных и столбцов верхних и нижних границ диапазона изменения значений ограничений. Множество Y состоит из названий строк ограничений и названия строки функционала. Кроме того, оно, при необходимости, может включать названия двух строк, задающих верхнюю и нижнюю границы диапазона изменения переменных. Отношение $\{R(x,y), x \in X, y \in Y\}$ будет задавать матрицу технико-экономических коэффициентов (ТЭК) модели, свободных членов, коэффициентов целевой функции, а также, возможно, знаков ограничений и границ диапазона изменения переменных.

В дальнейшем будем называть такую таблицу просто таблицей ЛЭММ.

Между таблицей произвольной структуры и ЛЭММ имеются различия. Например, для модели не определены понятия "подлежащее" и "сказуемое". Вершина, не являющаяся висячей, графа, описывающего подлежащее обычной таблицы, вполне может быть значимой, то есть

ей может соответствовать строка таблицы, содержащая, например, итоговое значение, в то время как у графа, описывающего левую часть таблицы технико-экономических коэффициентов, только висячие вершины могут быть значимыми.

		Группы кормов									Энергетическая ценность	Верх. граница	Ниж. граница
		корма			корма			корма					
Контролируемые параметры	Масса	1	1	1	1	1	1	1	1	1		В	В
	Энергетическая ценность	V									-1	0	0
											0	-	
Границы содерж. групп кормов	Верх.	V			V			V			-H	0	-
	Ниж.	V			V			V			-	0	-
Минимум стоимости		C	C	C	C	C	C	C	C	C			
Верхняя граница		-	-	-	-	-	-	-	-	-			
Нижняя граница		-	-	-	-	-	-	-	-	-	b		

Рис. 5. Структурная схема ЛЭММ оптимизации рациона кормления

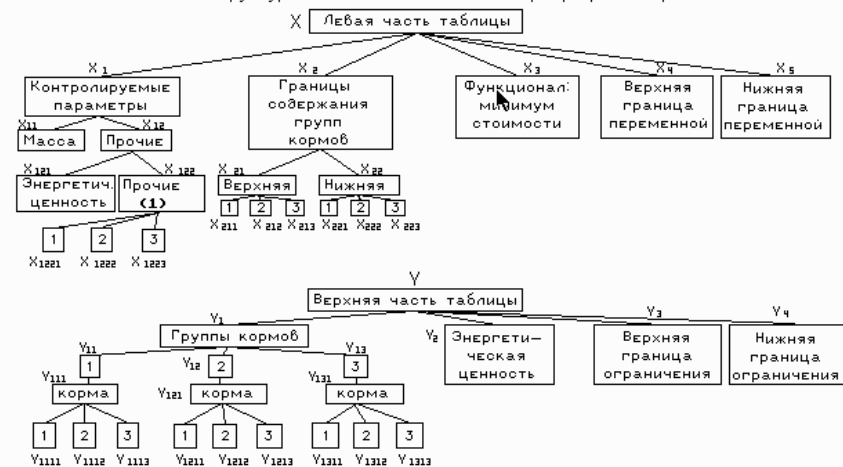


Рис. 6. Представление левой и верхней сторон таблицы в виде деревьев X и Y

Рассмотрим для примера одну из несложных ЛЭММ: модель оптимизации рациона кормления скота в расчете на 1 кормодень.

Заметим, что в зависимости от конкретной половозрастной группы скота, для которой требуется определить рацион, изменятся значения ТЭК и, быть может, множества кормов, групп кормов и контролируемых параметров их качества. Однако до тех пор, пока к рациону предъявляются требования по энергетической ценности, массе,

минимальному содержанию некоторых показателей качества и удельному весу кормов каждой группы в общей энергетической ценности рациона и не будет предъявляться других требований, в модели будут присутствовать ограничения, отражающие названные требования, и переменные, отражающие массу корма каждого вида и общую энергетическую ценность рациона. Поскольку названные требования в большинстве случаев достаточны для обеспечения полноценности рациона, то и модель, схема которой представлена на рис. 5, будет применима для оптимизации практически любого рациона.

Если считать, что висячим вершинам дерева $Z = XYU$ (деревья X и Y, задающие множества названий соответственно столбцов и строк применительно к рассматриваемой модели, изображены на рис. 6) соответствуют конкретные значения ТЭК, то это дерево полностью задает таблицу ТЭК для нашей задачи.

При переходе от хозяйства к хозяйству, от одной группы скота к другой будут, как правило, меняться множество групп кормов (обозначим его L), множества кормов каждой группы (K) и множество P контролируемых показателей качества кормов, а также значения ТЭК.

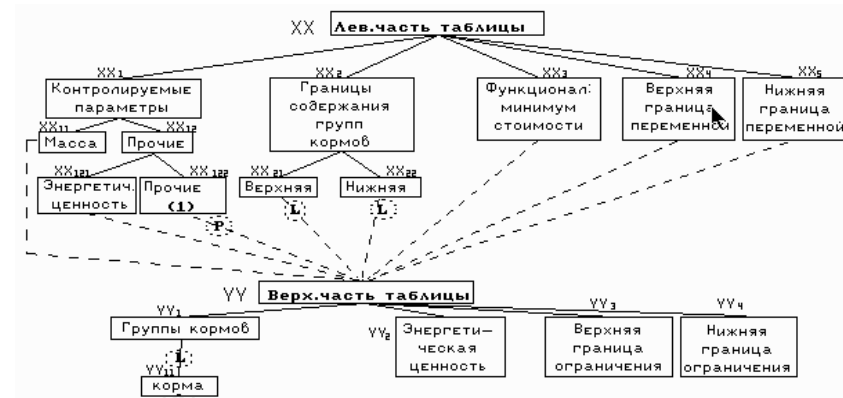


Рис. 7. Граф описания структуры для модели, приведенной на рис. 5. В кружках около вершин, подлежащих развертке - имена соответствующих множеств.

Поэтому есть смысл абстрагироваться от структуры тех вершин, для которых эта структура описывается названными множествами.

Исключив из представления дерева Z в виде множеств множества P, L, K, получим заданное множествами дерево ZZ, отражающее информацию о структуре модели, изменение которой означает изменение постановки задачи экономико-математического моделирования. Графически это дерево представлено на рис. 7.

Если задано дерево ZZ, то дерево Z можно получить путем применения операции развертки к надлежащим вершинам дерева ZZ, как только стали известны множества L, K и P. При этом висячим вершинам дерева Z не будут соответствовать численные значения ТЭК.

Для установления такого соответствия предположим, что любой

паре вершин $\{x, y\}$, $x \in XX$, $y \in YY$ (см. рис.7) может быть поставлен в соответствие алгоритм $R(x, y)$ вычисления технико-экономического коэффициента блока модели (пересечения подмножеств строк и столбцов ЛЭММ, не обязательно связанного, задаваемого этой парой вершин), например, так: $\{x, y, R(x, y)\}$. Круг проблем, связанных с заданием алгоритма вычисления показателя таблицы названным способом, подробно рассмотрен в работе [6].

Отметим, что блок модели может состоять из подблоков, так что возможны противоречия между алгоритмами вычисления ТЭК для блока и его подблока. Для простоты предположим, что подобные ситуации запрещены, то есть поставив алгоритм в соответствие вышестоящей вершине дерева, мы не имеем права ставить алгоритм в соответствие вершинам поддерева, начинающегося с этой вышестоящей вершины. В практике может рассматриваться тот или иной механизм решения подобного конфликта, удобный для целей конкретной реализации и повышающий изобразительную способность формализма, предназначенного для описания структуры ЛЭММ.

При переходе от дерева ZZ к дереву Z путем разверток соответствующих вершин первого из них сохраняется отношение соответствия алгоритма паре вершин, так что оказывается задан алгоритм получения значений всех ТЭК, которые соответствуют парам висящих вершин поддерева ZZ, корневые вершины которых являются вершины, входящие в триплет $\{x, y, R(x, y)\}$.

Обратимся к примеру. Блоку, задаваемому парой $\{XX, YY\}$, соответствует алгоритм получения значения коэффициента уровня данного контролируемого параметра качества в данном корме. На рис. 5 блок модели, занятый этими коэффициентами, обозначен буквой V. Если задано соответствие $\{XX, YY, V\}$, то алгоритм V должен использовать в качестве входных данных, как минимум, информацию о виде корма и виде (наименовании) контролируемого параметра для конкретных ТЭК, а также необходимый массив числовых данных. Например, в простейшем случае он может иметь вид запроса к реляционной базе данных.

Таким образом, деревья XX и YY, а также полный список всех необходимых для решения конкретной задачи отношений вида $\{x, y, R(x, y)\}$ составляют полное описание структуры модели.

Сделаем обобщение применительно к произвольной ЛЭММ.

От математической записи либо структурной схемы любой ЛЭММ легко перейти к представлению модели в виде дерева, подобного дереву ZZ. Легко также выделить и множества элементов моделируемой системы, поскольку они являются множествами, задающими область определения отношений, заданных математической записью ЛЭММ. Можно также задать алгоритмы вычисления технико-экономических коэффициентов, исходя из показателей, рассчитываемых в рамках системы бухгалтерского учета или статистической отчетности, принятой на предприятиях (в организациях).

Отсюда следует возможность разработки специального формализма, располагающего символическими средствами описания структуры ЛЭММ, сохраняющейся при переходе от одного объекта моделирования к другому, и процедурными возможностями формирования таблицы ТЭК на основе такого описания.

Обоснование принципиальной возможности разработки такого формализма не снимает целого комплекса проблем, с которыми предстоит столкнуться его разработчикам. На наш взгляд, достаточно назвать:

- необходимость решения проблемы построения единого комплекса таблиц исходных данных, одной или нескольких ЛЭММ и постоптимизационного анализа;

- необходимость ориентироваться на существующий уровень тематической подготовки возможных пользователей программных продуктов, реализующих такой формализм;

- недостаточную унификацию в системах учета на предприятиях (разброд в этой сфере по ходу экономической реформы усиливается с каждым днем);

- потребность в инструментах разработки на основе существующих описаний структур моделей описания для более широких задач либо для задач близких по характеру, но не решаемых в рамках имеющегося описания;

- необходимость реализовать средства интерфейса с имеющимися АСОЭИ.

Решение этих задач потребует их специальной теоретической проработки и значительных затрат. В то же время ни одна из них не является неразрешимой.

Подведем итоги.

Предлагаемый метод формализованного представления линейных экономико-математических моделей открывает путь к разработке программных продуктов, автоматизирующих формирование таблицы ЛЭММ, а в дальнейшем - и анализ ее решения, и интегрированных в существующие или создаваемые АСОЭИ на предприятиях.

В свою очередь, появление такого программного продукта вызовет значительные перемены в практике применения ЛЭММ, которые позволят наконец-то начать реализовывать значительный потенциал, заложенный в методе экономико-математического моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бадевиц З. Математическая оптимизация в социалистическом сельском хозяйстве. - М.: в/о "Агропромиздат". - 1986
2. Вирт Н. Алгоритмы + структуры данных = программы: Пер. с англ. / под ред. Д.Б. Подшивалова. - М.: Мир. - 1985
3. Гатаулин А.М., Гаврилов Г.В., Харитонов Л.А. Экономико-математические методы в планировании сельскохозяйственного производства. - М.: в/о "Агропромиздат". - 1986
4. Землянский А.А. Иерархическая структура информации и способы ее представления в памяти ЭВМ. // Конференция молодых ученых по проблемам проектирования СОЭИ (тезисы докладов). - М.: МЭСИ. - 1968

5. Землянский А.А. Вопросы создания гибридной системы обработки статистической информации. // Всесоюзный научно-технический семинар "Методы типизации и автоматизации проектирования АСУП на базе ЭВМ III поколения и пакетов прикладных программ". Тезисы докладов. - Тбилиси, ИК АН Грузинской ССР. - 1977
6. Землянский А.А. Формально-содержательный анализ и способы задания показателей
7. Землянский А.А., Морозов В.П. Структурная организация системы обработки данных. // Теория и практика сбора, передачи и обработки экономической информации. - М.: 1971
8. Курносов А.П., Сысоев И.А. Вычислительная техника и экономико-математические методы в сельском хозяйстве. М.: Финансы и статистика. - 1982
9. Малпас Дж. Реляционный язык ПРОЛОГ и его применение: Пер. с англ. / под ред. В.Н. Соболева. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. - 1990
10. Экономико-математические методы и модели в перспективном отраслевом планировании (вопросы методологии и методики). - Новосибирск: Наука. - 1982