

## Оценка функции полезности сельскохозяйственного предприятия посредством линейного программирования

Н.М. Светлов, к.э.н., доцент кафедры экономической кибернетики МСХА

Производственное поведение отечественных сельхозпроизводителей — один из решающих факторов неопределённости состояния отечественного и ряда зарубежных рынков продовольствия. Удовлетворительной его формализацией современная аграрная наука не располагает [6]. Одна из причин — недостаточная изученность функции полезности отечественного сельскохозяйственного предприятия. Цель статьи — исследование функции полезности хозяйств Московской области (по состоянию на 1999 г.) в окрестности их фактического состояния. Следуя [4,5], в работе использована оценка на основе анализа данных о наблюдаемом поведении, но используется принципиально иной подход к построению теоретической и эмпирической моделей хозяйства, призванный учесть специфику российского сельского хозяйства. Этот подход базируется на общей теореме взаимности в математическом программировании [1,2], которая позволяет распространить теорему Куна-Таккера на задачи векторного программирования [3].

Теоретическая модель, использованная для представления сельскохозяйственного предприятия, имеет форму

$$\begin{aligned} \max f(x, y, v, w) \\ Ax \leq q^* \\ Bx \leq y \\ x \geq 0, y \geq 0, v \geq 0, w \geq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x, v$  — векторы выпусков и соответствующих цен;  $y, w$  — векторы переменных затрат и соответствующих цен;  $f(x, y, v, w)$  — вектор-функция уровней удовлетворения потребностей (компонентов полезности);  $q^*$  — вектор нерыночных ресурсов;  $A$  и  $B$  — матрицы коэффициентов прямых переменных затрат и прямых затрат нерыночных ресурсов. Она получается из классической теоретической модели фирмы с многокомпонентной функцией полезности в предположении, что множество технологических возможностей представляет собой многогранный конус с вершиной 0, а каждая технология выпускает ровно один продукт. Подробное обоснование теоретической модели приведено в [7].

В эмпирической спецификации множество компонентов функции полезности включает балансовую прибыль, заработную плату с начислениями, затраты на социальные нужды, амортизацию (в условиях спада значительная её часть используется аналогично прибыли) и объём производства молока (поскольку хозяйства часто выбирают производственную программу, соответствующую меньшей прибыли, если она обеспечивает увеличение производства молока). Множество нерыночных ресурсов включает сенокосы и пастбища, пашню, оборотные активы, совокупный размер

источников текущих затрат, здания и сооружения, машины и оборудование, численность работников. Оборотные активы и источники текущих затрат включены в это множество, поскольку доступ к кредиту затруднён и хозяйства практически лишены возможности приобрести эти ресурсы в обмен на уплату банковского процента. Множество компонентов затрат, приобретаемых на рынке, содержит только покупные корма: данных по другим компонентам затрат, приобретаемым на рынке, как-то топливо и удобрения, получить не удалось. Во множество выпусков входят молоко, мясо, зерновые, картофель, овощи и прочая продукция (включая несельскохозяйственную). Ему соответствует шесть технологических процессов; седьмой выпускает корма, которые, как предполагается, на рынок не поступают.

Эмпирическая модель основывается на эквивалентности скалярного и векторного критериев оптимальности, вытекающей из общей теоремы взаимности в математическом программировании. Математическая форма эмпирической модели:

$$\begin{aligned} \max c'_\pi x + c'_y y + c'_d d - 1'b_1 - \psi'b_2 \\ Cx + c'_y y + c'_d d + T_1 b_1 + T_2 b_2 \geq \omega^* \\ Ax + a'_y y + a'_d d \leq q^* \\ x \geq 0, y \geq 0, d \geq 0, b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x$  — вектор выпусков,  $y$  — покупные корма,  $d$  — собственное производство кормов,  $b_1$  — вектор компонентов функции полезности (кроме балансовой прибыли),  $b_2$  — невязки ограничений по компонентам функции полезности,  $\omega^*$  и  $q^*$  — векторы фактических уровней компонентов функции полезности и нерыночных ресурсов; параметры:  $c_\pi$  — вектор прибыли на единицу выпуска продукции;  $c_y$  — цена покупных кормов;  $c_d$  — материально-денежные затраты на собственное производство кормов;  $\psi$  — вектор штрафов за невязки;  $C$  — матрица вкладов каждой технологии в каждый компонент функции полезности;  $c_y$  и  $c_d$  — векторы вклада кормов — покупных и собственного производства — в каждый компонент функции полезности;  $T_1$  — линейное преобразование прибыли в другие компоненты функции полезности;  $T_2$  — линейное преобразование невязок в компоненты функции полезности (исключая балансовую прибыль);  $A$  — матрица затрат для технологий, производящих товарную продукцию;  $a_y$  и  $a_d$  — векторы затрат-выпусков соответственно для покупки и собственного производства кормов;  $1$  — вектор, состоящий из компонентов, равных единице.

Модель получена преобразованием (1) в задачу линейного программирования: один из компонентов  $f(x)$  — балансовая прибыль — максимизируется, а остальные фиксируются на фактически наблюдаемом уровне. Для построения числовой модели использованы данные Госкомстата по 407 хозяйствам Московской области за 1999 г. Набор данных, сформированный после исключения объектов, производство в которых более чем на четверть было несельскохозяйственным, и заведомо ошибочных записей, включает 18 переменных по 311 хозяйствам. Коэффициенты

матриц **A** и **B** определены при посредстве линейной регрессии каждого компонента затрат (ресурсов) по величинам выпусков с нулевым свободным членом. Технологии производства продукции животноводства дополнительно корректировались с тем, чтобы исключить потребление затрат и ресурсов, на самом деле расходуемых на производство кормов, — например, пашни.

Представленные ниже результаты получены посредством решения модели (2) для модельного хозяйства, определённого следующим образом:

- ♦ оно обладает средними по анализируемой совокупности технологическими возможностями;
- ♦ ему доступны ресурсы в количествах, средних по тем 55 хозяйствам совокупности, которые выпускают все виды продукции, учитываемые моделью;
- ♦ его функция полезности включает шесть компонентов: балансовую прибыль, амортизацию, заработную плату с начислениями, затраты на социальные нужды, производство молока, производство прочей продукции;
- ♦ величина каждого из перечисленных компонентов (исключая балансовую прибыль), а также максимальный объём производства овощей средние по 55 вышеуказанным хозяйствам<sup>1</sup>.

Для проверки чувствительности результата к предположениям о составе компонентов функции полезности наряду с основным вариантом модели, описанным выше (далее — вариант I), решён вариант II, в котором множество компонентов функции полезности не включает производство прочей продукции. При тестировании модели он хуже воспроизводит поведение реальных хозяйств. Соответствующие производственные программы представлены в табл. 1. Согласно решению варианта I, экономически выгодно использовать все доступные модельному хозяйству технологии. Диверсификация производства, если доступны необходимые технологии и ресурсы, обусловлена объективно.

1. Выпуск продукции модельным хозяйством

	Молоко	Мясо	Зерновые	Картофель	Овощи	Прочая продукция	Корма собственного производства
	ц						тыс.руб.
Вариант I	21304	2061	13798	2709	18548	3454	1208
Вариант II	21304	6941	9924	—	18548	—	1815

Оцененная с помощью модели локальная аппроксимация функции полезности имеет следующий вид:

$$\omega_0 + \omega_1 + 1.380\omega_2 + \omega_3 + 0.124\omega_4 + 0.911\omega_5 \text{ (вариант I) и}$$

<sup>1</sup> Модель была решена ещё для пяти модельных хозяйств, отличающихся специализацией. Здесь эти решения ради экономии места не рассматриваются.

$$\omega_0 + \omega_1 + 1.380\omega_2 + \omega_3 + 0.152\omega_4 \text{ (вариант II),}$$

где  $\omega_0$  — балансовая прибыль,  $\omega_1$  — амортизация,  $\omega_2$  — заработная плата с начислениями,  $\omega_3$  — затраты на социальные нужды,  $\omega_4$  — производство молока,  $\omega_5$  — прочая продукция. Единичные коэффициенты при  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_3$  свидетельствуют, что модельному хозяйству безразлично, какую форму — прибыли, расходов на социальные нужды или амортизации — приобретают денежные средства. Форма заработной платы предпочтительнее любой из трёх названных форм, поскольку сокращение прибыли, социальных расходов или амортизационного фонда ради заработной платы сопряжено с дополнительным налогообложением.

Согласно табл. 2, прибыль составляет менее половины фактической полезности, извлекаемой хозяйством из процесса производства. Выручка доставляет модельному хозяйству лишь 73.3% (вариант I) или 77.1% (вариант II) совокупной полезности, обусловленной реализацией молока, — остальная доставляется скрытыми источниками, требующими специального изучения. В варианте I наблюдаемая (в форме выручки от реализации) часть полезности прочей продукции составляет 52.3%.

2. Прибыль и совокупная полезность (в перерасчёте на прибыль) модельного хозяйства, млн. руб.

	Прибыль	Полезность	Доля прибыли в полезности
Вариант I	5.3	21.5	0.25
Вариант II	8.4	22.0	0.38

3. Двойственные оценки, тыс. руб. на единицу ресурса

	Пашня, га	Корма, тыс. руб.	Оборотные активы, тыс. руб.	Текущие затраты, тыс. руб.
Вариант I	0.960	0.304	0.366	0.449
Вариант II	1.532	0.304	—	0.623

Табл. 3 характеризует ресурсы сельхозпредприятия с точки зрения их влияния на прибыль — а значит, и на полезность, выраженную в единицах прибыли. Полезность, извлекаемая модельным хозяйством, ограничивается дефицитом пашни, кормов, оборотных средств (в варианте I) и источниками финансирования текущих затрат. Тем не менее, согласно решению, корма не приобретаются: их становится выгодно покупать лишь в том случае, если субсидировать 69.6% их цены. Хотя пашня и дефицитна, её дополнительный гектар увеличивает полезность лишь на 960 руб. (вариант I) или 1532 руб. (вариант II). Следовательно, пашня как источник полезности эквивалентна всего 2...2.5 тыс. руб. средств для финансирования текущих затрат. Труд, здания и сооружения избыточны в обоих вариантах.

Оценки ограничения по объёму реализации овощей позволяют определить влияние предложения овощей на их рыночную цену. Эластичность цены по предло-

жению, согласно варианту I, составила (–0.46): цены весьма чувствительны даже к незначительным изменениям поставок. Это создаёт стимулы к ценовым соглашениям в овощеводстве и является источником олигополюльной структуры отрасли.

Основные выводы из проведённого исследования следующие.

- ◆ Использованная теоретическая модель адекватна процессам принятия хозяйственных решений на сельхозпредприятиях Московской области.
- ◆ Исследование модельного хозяйства подтвердило, что мотивация хозяйств области не ограничивается извлечением прибыли. Объяснение их поведения требует учитывать в качестве мотивационных факторов размер амортизации, заработной платы и затрат на социальные нужды, а также источники скрытой полезности.
- ◆ Главное препятствие, сокращающее полезность, извлекаемую из сельскохозяйственного производства и препятствующее его росту в регионе, — дефицит источников финансирования текущих затрат.
- ◆ Сравнительно высокая эластичность цен овощей по предложению — причина олигополии в овощеводстве. Вследствие этого фактический объём реализации овощей ниже обусловленного выявленной мотивацией хозяйств в предположении о независимости цен от поведения отдельных хозяйств.

#### *Библиографический список*

1. Лурье А. Абстрактная модель оптимизации народнохозяйственного процесса и объективно обусловленные оценки // Экономика и математические методы, 1966, №1, с. 12-30.
2. Аганбегян А., Багриновский К. О задачах народнохозяйственного оптимума // Вопросы экономики, 1967, №10, с. 116-122.
3. Светлов Н. На пути к новой концепции стоимости. М.: Изд-во МСХА, 2002.
4. Hazell, P.B.R. and Scandizzo, P.L. (1975). Market intervention policies when production is risky // American Journal of Agricultural Economics, №57: 641-649.
5. Matzkin, R. (2000). Semiparametric estimation of monotonic and concave utility functions: the discrete choice case. Cowles Foundation discussion paper 830. Yale University.
6. Serova, E. (2000). The changes in farms' economic behavior during the economic reforms in Russia in the 1990s. Institute for the Economy in Transition discussion paper. Moscow: IET.
7. Svetlov, N. Econometric application of linear programming: a model of Russian large-scale farm (the case of the Moscow Region). EconWPA, 2001. — reg. № ewp-em/0112002.