

ПРИНЦИП ПОЛНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ПРИЛОЖЕНИИ К СТОХАСТИЧЕСКИМ ДВУХЭТАПНЫМ МОДЕЛЯМ

Н.М. Светлов

Стохастический характер производственных процессов в сельском хозяйстве требует учитывать риски и неопределённости при составлении производственных планов. Экономико-математические модели (ЭММ), используемые при плановых расчётах, должны, как следствие, адекватно описывать влияние случайных условий на производственные результаты.

На практике среди стохастических ЭММ чаще всего применяются двухэтапные [2]. Однако их использование ограничивается трудоёмкостью разработки, высокими требованиями к объёму исходных данных и к квалификации составителя. Последнему необходимы хорошие знания теории вероятностей и математической статистики, чтобы корректно отразить в модели риски и неопределённости, обусловившие наблюдаемую вариацию технико-экономических показателей.

Главная трудность при разработке стохастических двухэтапных ЭММ — выделение исходов реализации случайных факторов на основе эмпирических данных. Для узкоспециализированных хозяйств, функционирующих в зонах рискованного земледелия, подходит сравнительно простой приём, основанный на группировке наблюдений по урожайности основной культуры [1]. Однако при формальном применении он приводит к неудовлетворительным результатам, особенно если объект моделирования — типичное хозяйство Нечерноземья. Моделируя многоотраслевые хозяйства, для выделения исходов приходится обращаться к методам кластерного анализа (применение которого сопряжено с целым рядом нерешённых методологических проблем), к анализу страховых выплат, объёма валового производства в сопоставимых ценах и др. Их применение предполагает большую долю субъективизма, а качество результатов во многом обусловлено интуицией исследователя.

Подобные приёмы препятствуют формализации и автоматизации составления стохастических ЭММ. Если же составлять модели вручную, то экономисты предприятия или информационно-консультационной службы не смогут обеспечить функционирование сквозной системы планирования, предусматривающей регулярное уточнение оптимальных планов применительно к меняющимся условиям, и значительную часть положительного эффекта применения ЭММ реализовать не удастся.

Сверх того, каждый из названных выше приёмов связан с осреднением эмпирических данных, сводит их к ограниченному количеству исходов. Отсюда:

- ♦ ненадёжность статистических оценок математического ожидания технико-экономических параметров при ограниченном количестве наблюдений реальных исходов случайных событий;
- ♦ неадекватность оптимального плана наихудшим из фактически наблюдавшихся исходов;
- ♦ частичная утрата знания о закономерных взаимосвязях технико-экономических параметров, представленного эмпирическими данными.

В прошлом, когда вычислительные мощности ЭВМ и возможности их программного обеспечения не позволяли решать оптимизационные задачи, содержащие тысячи и десятки тысяч ограничений и переменных, а подходы к автоматизации составления числовых ЭММ не были столь развитыми, как теперь, экономистам-математикам приходилось мириться с ограничением числа исходов случайных условий ради практической реализуемости моделей. Но в результате оказывалась под сомнением польза от стохастических методов оптимального планирования.

Теперь исследователи не связаны подобными ограничениями, и в повестку дня можно ставить вопрос о том, чтобы при разработке стохастических двухэтапных ЭММ обеспечить полное использование информации о влиянии случайности на производственные процессы, содержащейся в эмпирических данных.

Идея предлагаемого здесь подхода заимствована в [6]. Предложенный там метод инкапсуляции данных основан на представлении технологического множества хозяйствующего субъекта в форме выпуклой линейной комбинации эмпирических технологических процессов. Такое представление обеспечивает:

- ♦ легко автоматизируемую процедуру построения ЭММ на основе статистических данных о затратах ресурсов и выпуске продукции;
- ♦ полное использование информации о технологических возможностях хозяйствующего субъекта, отражённой эмпирическими данными.

Общий вид стохастической двухэтапной ЭММ планирования деятельности сельскохозяйственного предприятия или его подсистемы следующий:

$$Z = \max_{x,y,z} (f(x,z) | Ax \leq b, y \leq Bx, z \leq Cy), \quad (1)$$

где \mathbf{x} — вектор переменных состояния, которые не должны зависеть от случайности (априорное управленческое решение); \mathbf{y} — стохастический

вектор выпусков промежуточной продукции; \mathbf{z} — стохастический вектор переменных состояния, зависящих от случайных условий (совокупность апостериорных решений); \mathbf{A} — детерминированная матрица затрат; \mathbf{B} — стохастическая матрица выпусков; \mathbf{C} — линейный оператор, отображающий \mathbf{y} на \mathbf{z} в соответствии с имеющимися технологическими возможностями; \mathbf{b} — детерминированный вектор ресурсов; f — некоторая скалярная функция предпочтения. Технологии, описываемые парой матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} , обычно описывают отрасли растениеводства, в то время как представленные матрицей \mathbf{C} — отрасли животноводства и переработки.

Положим, что имеются статистические данные за n лет, на основе которых можно рассчитать матрицы \mathbf{B}_t , отражающие технологические возможности, случайно реализовавшиеся в год t . Тогда стохастическую двухэтапную ЭММ (без учёта переходящих запасов) можно сформулировать следующим образом:

$$Z = \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}} \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n f(\mathbf{x}, \mathbf{z}_t) \mid \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{y}_t \leq \mathbf{B}_t \mathbf{x}, \mathbf{z}_t \leq \mathbf{C} \mathbf{y}_t \right), \quad (2)$$

где \mathbf{y}_t и \mathbf{z}_t — оптимальные векторы выпусков промежуточной и конечной продукции для условий, отражённых данными года t ; $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_t)$; $\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_t)$. Задача (2) обладает тем свойством, что для любого фактически наблюдавшегося исхода реализации случайных условий её априорное решение останется допустимым. Значение целевой функции будет точечной оценкой математического ожидания функции полезности в предположении, что статистические данные, использованные для расчёта матриц \mathbf{B}_t , являются представительной выборкой из генеральной совокупности случайных технологических параметров моделируемого объекта. Согласно [4], весовые коэффициенты $1/n$ интерпретируются как несмещённые оценки вероятности реализации случайных условий, соответствующих каждому из фактически наблюдавшихся исходов.

Пользуясь формой (2), составитель модели не вводит предположения о форме статистического распределения случайных величин. Вместо него прямо используется эмпирическое распределение. Это преимущество тем важнее, что гипотезы, принимаемые при традиционном подходе, сильно огрубляют действительные законы распределения. Плата за это — очень большой размер модели: в несколько раз больше, чем при традиционных постановках с двумя или тремя исходами. Кроме того, не вполне преодолевается неадекватность решения пессимистическим исходам. При реализации случайных условий худших, нежели отражённые матрицами \mathbf{B}_t , сбалансированность производственных процессов не будет обеспечена.

Ввиду того, что составление и анализ числовой модели вида (2) легко поддаётся автоматизации, первый недостаток оказывается несущественным. От второго можно избавиться, введя пессимистический исход с очень малой вероятностью v , которую можно принять, например, равной 0,0001. Тогда весовые коэффициенты остальных исходов будут равны не $1/n$, а $(1-v)/n$. Теоретические основания для подобного подхода и правила выбора пессимистического исхода изложены в [3]. Из практических соображений целесообразно также дополнить модель ограничениями по минимально допустимому значению функции предпочтения при любом исходе, что позволит исключить априорные решения, для которых характерна слишком высокая дисперсия значения Z . Иначе неблагоприятные исходы случайных условий могут угрожать предприятию потерей деловой репутации и даже банкротством.

При использовании формы (2) может возникнуть иллюзия, что требования к репрезентативности статистической совокупности наблюдений, используемых для разработки модели, ниже, чем при традиционных приёмах. Это не так. Значение целевой функции обладает всеми свойствами выборочной средней, поэтому для практической реализации подобной модели желательно иметь как можно более мощную эмпирическую базу.

Предлагаемый метод столь же чувствителен к систематическим изменениям технологий с течением времени, как и традиционные. Если о реализации случайных условий судят по многолетним данным, необходимо вводить поправки к эмпирическим значениям технико-экономических коэффициентов, учитывающие изменения в организационно-технологическом уровне производства. Для расчёта поправок можно воспользоваться регрессионной моделью, отразив в ней процессы накопления и научно-технический прогресс. Если предпосылки регрессионного анализа не выполняются (например, из-за недостатка данных), можно обратиться к непараметрическим методам, как-то метод условных вероятностей [5] или метод максимальной энтропии [7].

Библиографический список

1. Кардаш В.А. Экономическая оптимизация в орошении // Вопросы анализа плановых решений в сельском хозяйстве. Ч. II. Новосибирск: Наука, 1972.
2. Копёнкин Ю.И. Стохастические модели оптимального планирования сельскохозяйственного производства: Лекция для слушателей ФПК. М.: ТСХА, 1981.

3. Светлов Н.М. Альтернативный подход к разработке стохастических двухэтапных моделей аграрных систем // Доклады ТСХА: Вып. 270. М.: Изд-во МСХА, 1999.

4. Светлов Н.М. Обоснование весовых коэффициентов исходов в стохастических моделях сельскохозяйственного производства // Доклады ТСХА: Вып. 266. М.: Издательство МСХА, 1995.

5. Bayesian inference / N.Polson and G.Tiao, eds. Aldershot, Hants, England; Brookfield, Vt., USA: E. Elgar Pub. Co., 1995.

6. Fare R., Grosskopf S., Lovell C. Production Frontiers. Cambridge, Cambridge University Press, 1994.

7. Golan, A., Judge G., Miller D. Maximum entropy econometrics: Robust estimation with limited data. John Wiley & Sons, 1996.