

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЕВОБОРОТОВ

Светлов Н.М.

Введение

Процессы перераспределения земли, сопровождающие осуществляемую ныне аграрную реформу, порождают серьёзные экономические и агрономические проблемы. Изменения форм хозяйствования, размеров сельскохозяйственных предприятий, возникновение кооперативов и крестьянских хозяйств на месте прежних крупных предприятий сопровождаются, кроме прочего, разрушением сложившихся севооборотов. В связи с этим особую актуальность приобретает проблема разработки простых и эффективных методов планирования севооборотов. Её решение позволило бы вновь созданным хозяйственным формам быстро освоить посильные, отвечающие требованиям специализации и экономически эффективные севообороты.

На кафедре экономической кибернетики Московской сельскохозяйственной академии им. К.А. Тимирязева разработан ряд моделей, включающих оптимизацию севооборотов в качестве подпроблемы. Отметим модель линейного программирования для оптимизации производственной структуры крупного сельскохозяйственного предприятия. Формирование оптимального севооборота в этой модели происходит путём выбора наилучшего подмножества из множества возможных альтернативных культур для каждого поля севооборота.

В настоящей статье рассматривается простая модель динамического программирования, предназначенная для оптимизации севооборота. Приводится математическая формализация простейшего варианта модели оптимального севооборота, её реализация на языке логического программирования Prolog, рассматриваются условия практического использования модели, пути её совершенствования.

Простейшая модель оптимизации севооборотов и её реализация на языке программирования Prolog

В простейшем варианте модели предполагается, что задан набор культур¹, возделывание которых допустимо по агрономическим и организационным соображениям; исчерпывающим образом описаны все возможные предшественники для каждой культуры; каждой паре «культура — предшественник» однозначно поставлена в соответствие величина математического ожидания результата хозяйственной деятельности (далее для краткости будем говорить о чистом доходе), получаемого с 1 га данной культуры после данного предшественника; размер всех полей одинаков². Таким образом, предполагается, что на величину математического ожидания чистого дохода не оказывают влияния более удалённые предшественники данной культуры, нежели непосредственный. В этом случае математическое ожидание чистого дохода с 1 га севооборота можно рассчитать как

¹ Здесь под культурой понимается способ использования поля в течение ровно одного года, например озимая пшеница с пожнивными, вико—овсяная смесь, яровой ячмень с подсевом многолетних трав, многолетние травы второго года пользования, чистый пар и т.п.

² Различия в размере полей можно игнорировать, если оставить в стороне фактор времени, так как в течение ротации каждая культура пройдёт по всем полям. Иногда размеры полей отличаются настолько сильно, что это сказывается на значении совокупного чистого дохода за время ротации с учётом дисконтирования. В этом случае севооборот, определённый исходя из предположения о равенстве полей, следует разместить по полям в первый год его использования таким образом, чтобы совокупный чистый доход за время ротации был наибольшим.

$$\left(\sum_{t=1}^{T-1} p(c_t, c_{t+1}) \right) + p(c_T, c_1),$$

где t — номер поля в севообороте, T — число полей в севообороте, c_t — культура, занимающая t -е поле в 1-й год использования севооборота, c_{t+1} — культура, занимающая $t+1$ -е поле в тот же год, т.е. предшественник культуры c_t , $p(c_t, c_{t+1})$ — чистый доход с 1 га культуры c_t , выращиваемой после культуры c_{t+1} . Задача оптимизации севооборота выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \max & \left(\sum_{t=1}^{T-1} p(c_t, c_{t+1}) \right) + p(c_T, c_1) \\ c_{t+1} & \in F(c_t) \forall t \in [1; T] \\ c_{T+1} & = c_1 \end{aligned} \quad (1)$$

(здесь $F(c_t)$ — множество возможных предшественников культуры c_t).

Задача (1) является задачей динамического программирования. Для её решения следует использовать рекуррентную формулу

$$q(c_t) = \max_{c_t \in F'(c_{t-1})} (q(c_{t-1}) + p(c_{t-1}, c_t)). \quad (2)$$

Здесь $q(c_t)$ — сумма чистых доходов с 1 га полей $T..t$, $F'(c_{t-1})$ — множество тех предшественников культуры c_{t-1} , для которых существует возможность составить хотя бы одну допустимую последовательность культур¹, заканчивающуюся на T -м поле предшественником культуры c_1 . Для применения формулы следует положить $q(c_1)$ равным нулю и продолжать расчёты вплоть до $t=T+1$. Можно построить рекуррентную формулу и для вычислений в обратной последовательности. Величина $q(c_{T+1})/T$ есть максимально возможное математическое ожидание чистого дохода с 1 га севооборота при заданных T , $F(c)$ и $p(c_t, c_{t+1})$.

Удобным средством реализации модели оптимизации севооборотов является язык программирования Prolog. Рекуррентное соотношение записывается в виде триарного правила «формула», первый домен которого содержит культуру, которую планируется выращивать на первом поле севооборота, вто-

¹ То есть последовательность, отвечающую условию $c_{t+1} \in F(c_t)$.

рой — номер поля (поля в данном случае нумеруются в обратном порядке), третий — число полей, на которых ещё предстоит разместить культуры. Версия этого правила приведена ниже.

формула(Первая, 1, _) :- retractall(q(_, _)), assert(q(1, [Первая], 0)), !.

**формула(Первая, НомерПоля, ОсталосьПолей) :- НомерПоля1 is
НомерПоля - 1, ОсталосьПолей1 is ОсталосьПолей + 1,
формула(Первая, НомерПоля1, ОсталосьПолей1),
retract(q(НомерПоля1, [Культура|Культуры],
НакопленныйЧистыйДоход)), предшественник(Культура,
Предшественник, ЧистыйДоход), НакопленныйЧистыйДоход1 is
НакопленныйЧистыйДоход + ЧистыйДоход, замена(НомерПоля,
ОсталосьПолей, Первая, [Предшественник, Культура |
Культуры], НакопленныйЧистыйДоход1), fail.**

формула(_, _, _).

Для первого поля правило порождает триарный факт **q**, содержащий в своих доменах соответственно номер поля, список уже размещённых культур, величину суммы чистых доходов с 1 га культур, вошедших в список. Предварительно удаляются все факты **q**, порождённые предшествующей работой программы (если они существуют). Для других полей сначала строятся наилучшие последовательности культур от первого поля до предшествующего данному посредством рекурсивного обращения к правилу «формула». Далее последовательно происходит консультация с фактами **q** для предшествующего поля (использованные правила **q** тут же удаляются) и триарными фактами «предшественник»¹, первый домен которых содержит культуру, второй — её предшественник, третий — значение соответствующего этой паре чистого дохода с 1 га.

¹ Для удобства работы пользователя можно присвоить этим фактам более короткое имя либо предусмотреть программный интерфейс для редактирования базы фактов "предшественник".

На основе консультации строится возможный список размещения культур по полям от первого до данного, который передаётся правилу «замена».

Правило «замена» проверяет, существует ли допустимая последовательность культур, начинающаяся от последней размещённой. Если нет, данный список размещённых культур игнорируется. В противном случае проверяется, есть ли уже факт **q** для данного года, хранящий список размещённых культур, последняя среди которых та же, что и в анализируемом списке. Если такого факта нет, он порождается на основе текущего списка и соответствующей ему величины накопленного чистого дохода. Если есть, то он заменяется на факт с текущими списком и накопленным чистым доходом только в том случае, если накопленный чистый доход анализируемого списка больше. Ниже приведена реализация правила «замена».

замена(_,ОсталосьПолей,Первая,[Культура|_],_) :- not
допустимая_последовательность(Культура, Первая, ОсталосьПолей),
!.

замена(НомерПоля, _, _, [Культура|_], НакопленныйЧистыйДоход) :-
q(НомерПоля, [Культура|_], НЧД1), НЧД1 >
НакопленныйЧистыйДоход, !.

замена(НомерПоля, _, _, [Культура|Культуры], НакопленныйЧистыйДоход)
:- retract(n_(НомерПоля, [Культура|_], _)), assert(q(НомерПоля,
[Культура|Культуры], НакопленныйЧистыйДоход)), !.

замена(НомерПоля, _, _, [Культура|Культуры], НакопленныйЧистыйДоход)
:- assert(q(НомерПоля, [Культура|Культуры],
НакопленныйЧистыйДоход)), !.

Правило «допустимая_последовательность» проверяет существование допустимой последовательности от последней размещённой культуры до культуры на первом поле. Оно может быть реализовано следующим образом:

допустимая_последовательность(Культура, Первая, 1) :- !,
предшественник(Культура, Первая, _).

допустимая_последовательность(Культура, Первая, ОсталосьПолей) :-

ОсталосьПолей1 is ОсталосьПолей - 1, предшественник(Культура,
Культура1, _), допустимая_последовательность(Культура1, Первая,
ОсталосьПолей1).

Результат применения правила «формула» — одно или более правил **q**. Для удобства пользователя целесообразно использовать интерфейс к правилу «формула», включающий нижеприведённый набор правил (возможны и другие варианты):

севооборот(ЧислоПолей, Первая, Севооборот, ЧистыйДоходНаГектар) :-
findall(Вариант / ЧистыйДоход, интерфейс(Первая, Вариант,
ЧистыйДоход, ЧислоПолей), ВсеВарианты) , max(Севооборот /
НаибольшийЧистыйДоход, ВсеВарианты) , ЧистыйДоходНаГектар is
НаибольшийЧистыйДоход / ЧислоПолей.

интерфейс(Первая, [Культура|Культуры], ЧистыйДоход, ЧислоПолей) :-
формула(Первая, ЧислоПолей, 1) , retract(q(_, [Культура|Культуры],
НакопленныйЧистыйДоход)) ,
предшественник(Культура,Первая,ЧД) , ЧистыйДоход is
НакопленныйЧистыйДоход + ЧД.

max(X,[X]) :- !.

max(M,[Y|Z]) :- mx(M1,Z) , better(M1,Y) , M = M1 , ! ; M = Y.

better(A / B,D / E) :- B > E.

Для определения оптимального севооборота, состоящего из заданного числа полей при условии, что культура для первого поля задана, достаточно ввести в ответ на приглашение Prolog—системы запрос, подобный следующему.

севооборот(10, "Озимая пшеница", X, D).

В ответ выдаются значения переменных **X** и **D**. Первая из них содержит список культур, составляющих наилучший возможный десятипольный севообо-

рот (в хронологическом порядке), первое поле в котором занято озимой пшеницей. Вторая — математическое ожидание дохода с 1 га этого севооборота.

Опытная реализация рассматриваемой модели была осуществлена в демонстрационной Prolog—системе Prolog Interface Engine фирмы Borland International. В базу фактов было включено 30 фактов «предшественник». Тестирование программы производилось на персональной ЭВМ IBM AT 486SX-S с тактовой частотой центрального процессора 33 МГц (математический сопроцессор отсутствовал). Оно показало, что формирование оптимального севооборота из 5 полей заняло 1,10 сек. при использовании динамического программирования против 2,74 сек. при использовании метода полного перебора. Для десятипольного севооборота затраты времени составили 6,26 сек. против 8 мин. 15,49 сек. методом полного перебора. Оптимальный двадцатипольный севооборот был обнаружен за 27,40 сек. Время, затрачиваемое на его построение методом полного перебора, так и осталось неустановленным.

Направления развития моделей оптимизации севооборотов

Модель оптимизации севооборотов в её простейшем виде не учитывает ряд требований к севооборотам, возникающих на практике. Рассмотрим возможные направления её развития и условия практического использования.

1) Очевидно, что из числа севооборотов, возможных на данном множестве правил «предшественник» и включающих разное число полей, существует наилучший. Он не единственный: равноценными ему будут, по крайней мере, севообороты, число полей в которых кратно данному, а последовательность культур та же самая. Отсюда задача: из всех возможных севооборотов найти оптимальный севооборот¹, занимающий наименьшее число полей. Эта задача актуальна в том случае, если возможны различные варианты деления отведённого под севооборот земельного массива на поля.

¹ Под оптимальным севооборотом здесь и далее понимается севооборот, обеспечивающий максимум математического ожидания чистых результатов хозяйственной деятельности в расчёте на 1 га севооборота.

2) При разработке реальных севооборотов агроном принимает во внимание ограничения, накладываемые специализацией предприятия, размером и составом машинно—тракторного парка, наличными трудовыми ресурсами и т.п. Соответствующая постановка задачи следующая: найти оптимальный севооборот, отвечающий заданным технико—экономическим ограничениям.

3) Существуют культуры, которые не могут встречаться в севообороте чаще, чем один раз в несколько лет. Отсюда задача: найти оптимальный севооборот, если для некоторых культур задано минимальное число лет, которое должно пройти перед последующим появлением данной культуры в севообороте.

4) С агрономической точки зрения более обоснованной будет модель севооборота, основанная не на жёстко заданных отношениях «культура — предшественник — доход», а на учёте влияния каждой культуры (с учётом используемой при её возделывании технологии) на ряд параметров состояния полей (как—то содержание влаги, питательных веществ и другие характеристики почвы, засорённость различными видами сорняков, заражённость вредителями и болезнями и т.п.). При этом должны выполняться следующие требования: по завершении ротации значения контролируемых параметров должны быть не хуже, чем перед его началом; для каждой культуры контролируемые параметры должны находиться в заданных пределах; математическое ожидание дохода с 1 га культуры является функцией контролируемых параметров.

5) Интерес представляют не только модели оптимальных севооборотов, но и модели освоения севооборотов, решение которых представляет собой наилучшую последовательность культур, обеспечивающую переход от последней убранной с данного поля культуры к культуре первого года осваиваемого севооборота в течение установленного промежутка времени.

Первая задача легко разрешима. В основе её решения лежит следующая *теорема*: оптимальный севооборот, соответствующий постановке задачи (1) и

состоящий из наименьшего возможного числа полей, не содержит повторяющихся культур.

Доказательство. Предположим, что в кратчайшем севообороте некоторая культура c^* встречается n раз, $n > 1$. В этом случае в севооборот входят n допустимых последовательностей культур, начинающихся с c^* и заканчивающихся предшественником культуры c^* . Следовательно, любая из них может быть самостоятельным севооборотом. Пусть S — математическое ожидание чистого дохода с 1 га исходного севооборота, S_k — с 1 га k -й допустимой последовательности культур. Если $S_1 > S$, то исходный севооборот не является оптимальным, так как существует севооборот с большим математическим ожиданием чистого дохода с 1 га. Если существует $S_j < S$, то

$$\frac{-S_j + \sum_{i=1}^n S_i}{n-1} > S,$$

а это значит, что существует $S_h > S$, следовательно, исходный севооборот не является оптимальным. Если для всех i $S_i = S$, то исходный севооборот оптимальный, но не состоит из наименьшего числа полей. Таким образом, оптимальный севооборот, состоящий из наименьшего числа полей, не может включать одну и ту же культуру более одного раза, что и требовалось доказать.

Из теоремы следует, что для обнаружения оптимального севооборота, состоящего из минимального количества полей, необходимо применять рекуррентную формулу

$$q(c_t) = \max_{c_t \in F'(c_{t-1}) \setminus C_{t-1}} (q(c_{t-1}) + p(c_{t-1}, c_t)), \quad (3)$$

где C_{t-1} — множество культур, уже размещённых на полях $1 \dots t-1$, без ограничения числа лет.

Вторая, третья и четвёртая задачи выходят за рамки динамического программирования¹. Однако часто их решение обеспечивается путём задания вме-

¹ Точнее, его применение приводит к практически полному перебору всех возможных вариантов севооборотов.

сто фактических ограничений одного—двух эмпирических ограничений по структуре севооборота (соотношению площадей определённых групп культур). В этом случае состояние севооборота при размещении культуры на поле t будет описываться размещаемой культурой и достигнутыми значениями соотношений по каждому из структурных ограничений, причём состояния, характеризующиеся одной и той же культурой, но отличающимися соотношениями, должны рассматриваться как разные. В связи с этим эффективность метода динамического программирования снижается из-за увеличения количества возможных состояний для каждого поля, но его применение ещё остаётся оправданным.

Число состояний можно значительно сократить, если рассматривать значения структурных соотношений, входящие в определённый диапазон, как одинаковые. Этот диапазон должен быть достаточно узким, чтобы обеспечить практически приемлемую точность вычислений, и достаточно широким, чтобы обеспечить существенное сокращение числа состояний.

Для реализации модели данного типа на языке Prolog необходимо написать правило, осуществляющее проверку требуемого ограничения. Обращение к нему из правила «допустимый_путь» позволит сохранить в базе фактов q наилучшие варианты достижения всех состояний, возможных на данном этапе рекурсивных вычислений, исключая те, для которых выполнение ограничения невозможно. В правиле q в этом случае должно быть предусмотрено по дополнительному домену для хранения каждого контролируемого соотношения.

Следует отметить, что на севообороты с ограничениями теорема о единственности каждой культуры в кратчайшем оптимальном севообороте не распространяется.

Если эти задачи по каким—либо причинам требуют решения в строгой постановке, необходимо использовать вместо динамического программирования методы эвристического поиска либо полного перебора.

Решение пятой задачи сводится к решению задач, рассмотренных выше. Отличие состоит в том, что она состоит в размещении культур не по полям, а во времени, и в том, что планируемая для t -го поля культура последнего года переходного периода должна быть предшественником культуры для t -го поля внедряемого севооборота. Соответственно, при разработке соответствующих моделей к чистому доходу, который будет получен через k лет, должен применяться соответствующий коэффициент дисконтирования, а число лет переходного периода должно быть задано заранее.

Методические аспекты применения моделей оптимизации севооборотов

Применение моделей оптимизации севооборотов предполагает следующие этапы: выбор постановки задачи, отвечающей возникающим на практике требованиям; выбор математического метода для реализации используемой постановки задачи; выбор технических и программных средств для реализации модели; подготовка исходных данных; решение модели; экспертиза полученного результата; при необходимости — возврат к первому этапу.

Для вновь создаваемого крестьянского хозяйства, которому ещё предстоит сформировать свою техническую базу, в большинстве случаев приемлема рассмотренная здесь простейшая модель оптимизации севооборотов. Если хозяйство создаётся на угодьях, ранее использовавшихся для сельскохозяйственного производства, для каждого из полей необходимо разработать план перехода на внедряемый севооборот. Перед применением моделирования следует проверить, не являются ли культуры, в последний раз возделывавшиеся на каждом поле, предшественниками культур севооборота; нельзя ли перенумеровать поля таким образом, чтобы добиться этого. Если нет, следует принять длительность переходного периода в 2 года. В этом случае разработка плана перехода потребует обращения к математическим моделям. Увеличивать продолжительность переходного периода далее есть смысл лишь тогда, когда построить

планы перехода на осваиваемый севооборот за более короткий срок не удаётся либо такие планы неудовлетворительны с точки зрения условий, не отражённых явно в числе ограничений модели, например, в финансовом отношении.

В любом случае как перспективный севооборот, так и план его освоения может быть принят лишь тогда, когда будет доказано, что выполняются технологические и агрономические требования к севообороту. Соответствующие расчёты целесообразно проводить на ЭВМ непосредственно после получения оптимального севооборота. Если они дают отрицательный результат, следует использовать модель динамического программирования со структурными ограничениями, составив эти ограничения таким образом, чтобы они отсекали культуры, критические с точки зрения невыполняющихся агрономических и технологических ограничений.

Существующему хозяйству, намеревающемуся модифицировать севообороты, целесообразно опираться на использование модели динамического программирования со структурными ограничениями, а при небольшом числе полей, входящих в севооборот, — метода полного перебора с учётом агрономических и технологических ограничений. В первом случае необходим контроль оптимального севооборота на предмет выполнения требований агрономического и технологического характера. Затем с использованием аналогичных методов строится план освоения нового севооборота.

Большое значение для формирования действительно высокоэффективного севооборота имеет формирование правил «предшественник». Совокупность культур, выращивание которых допустимо в рамках данного севооборота, и их связь с предшественниками во многом определяют получаемое решение. Формируя множество допустимых культур, следует учитывать не только соответствие их почвенным, климатическим и другим естественным условиям, но и такие факторы, как специфические для полей севооборота и соседних с ними флора и фауна, особенности ведения животноводства в данном хозяйстве и со-

седствующих с ним предприятиях и личных хозяйствах граждан, возможности охраны урожая, его хранения и вывоза и т.п.

Круг допустимых предшественников каждой культуры в рамках перечисленных условий должен быть возможно более широк, при этом отрицательное влияние не лучших предшественников лучше отражать низкой величиной математического ожидания чистого дохода. Отсутствие информации о математическом ожидании чистого дохода ни в коем случае не должно быть основанием исключения предшественника из списка возможных. Лучше использовать самую грубую оценку нижней границы этой величины, чем исключать возможный предшественник. Если этот предшественник действительно используется (согласно решению) в оптимальном севообороте, появляется существенный стимул к уточнению величины соответствующего чистого дохода. С другой стороны, исключение некоторых предшественников может быть хорошим способом корректировки оптимального севооборота, не отвечающего некоторым технологическим и (или) агрономическим ограничениям.

Определение математического ожидания чистого дохода от конкретной культуры, следующей за заданным предшественником, представляет собой самостоятельную весьма сложную научную проблему. Можно выделить следующие её компоненты: определение цен на основную и побочную продукцию, элементы затрат (включая затраты, связанные с мерами по компенсации негативного влияния предшественника¹); определение величины урожайности культуры с учётом, если возможно, влияния предшественника; определение возможных вариантов технологии возделывания и соответствующих каждому варианту размеров затрат.

Рассмотрим каждый компонент. Не следует использовать при обосновании севооборота цены текущего года. Необходимо отследить их динамику за последние 10 или более лет (по возможности). Если соотношение между ценами

¹ Как показывает практика, именно эти меры, а не различия в урожайности, в основном формируют зависимость чистого дохода для данной культуры от предшественника.

на включаемые в севооборот культуры в течение этого периода достаточно устойчиво, средние за период цены можно закладывать в модель. Если нет, необходима консультация с экспертом относительно видов на дальнейшую динамику соотношений цен, поскольку севооборот будет приносить доход в будущем, в том числе и весьма отдалённом. Например, в настоящее время следует принимать во внимание, что соотношение цен на нефтепродукты и на другие товары будет изменяться в пользу первых.

Урожайности могут быть определены по опыту других хозяйств региона, а если речь идёт не о вновь создаваемом предприятии — то и по собственному. Кроме того, могут быть использованы данные опытных станций. Гораздо важнее установить различия в урожайности для разных вариантов технологии возделывания культуры, чем для разных предшественников.

Технологии возделывания должны учитывать специфику предшественника и компенсировать по возможности его негативное влияние. В случае, если оптимальный севооборот оказывается несостоятельным с агрономической точки зрения, иногда удаётся предусмотреть технологии выращивания некоторых культур, требующие больших затрат, но полнее компенсирующие негативное влияние других культур. В результате можно получить оптимальный севооборот, приносящий меньший чистый доход с 1 га, чем первоначальный, но соответствующий агрономическим требованиям. Замена технологий возделывания ряда культур на альтернативные может позволить обойти и технологические ограничения.

Таким образом, рассматриваемые методы построения севооборотов не позволяют сразу получить наилучшее решение, полагаясь только на математические модели и возможности ЭВМ. Процесс разработки севооборота остаётся достаточно сложным и трудоёмким и требует от специалиста даже более высокой квалификации, чем при традиционном подходе. Сила этих методов состоит в том, что они легко обнаружат нетривиальные решения, ускользнувшие от эксперта, значительно расширят круг анализа, освободив внимание специали-

ста от заботы о доходности севооборота и позволяя ему сосредоточиться на агрономических и технологических аспектах проблемы. В конечном итоге это позволит повысить качество внедряемых севооборотов, степень их приспособленности к специфике хозяйств и обернётся дополнительной сельскохозяйственной продукцией на прилавках магазинов и рынков.

В статье Светлова Н.М. "Модели динамического программирования для оптимизации севооборотов" рассмотрена простая модель оптимизации севооборотов, приводится пример её компьютерной реализации на языке Prolog. Обоснованы преимущества и недостатки применения метода динамического программирования для оптимизации севооборотов. Предложены математические и методологические основы разработки более сложных моделей оптимизации севооборотов. Охарактеризованы основные моменты методики практического применения моделей динамического программирования для разработки новых севооборотов и планов их освоения.