

Светлов Н.М.  
Москва, РГАУ–МСХА

## НЕЭФФЕКТИВНЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Экономика благосостояния утверждает эффективность конкурентных равновесий. В модели Эрроу-Дебре равновесие (если существует) эффективно при условии выпуклости технологических множеств, потребительских множеств и предпочтений (первая теорема экономики благосостояния). Предположение выпуклости имеет естественное экономическое истолкование и общепризнанно считается адекватным. В докладе исследуется нелинейная межотраслевая модель замкнутой экономики (далее называемая  $D$ -моделью), в которой всё потребление считается производственным. Установлено, что в данной модели условие выпуклости всех технологических множеств невыполнимо. Компьютерные эксперименты установили преобладание в  $D$ -модели неэффективных равновесий. В докладе анализируются причины различий в свойствах  $D$ -модели и моделей, применительно к которым первая теорема экономики благосостояния верна.

$D$ -модель включает пару взаимно двойственных однородных систем уравнений, выражающих требования, с одной стороны, равенства спроса и предложения на каждом рынке, с другой, полного и бездефицитного расходования бюджета каждой отрасли:

$$\begin{aligned} x_i - \sum_{j=1}^n q_{ij} a_{ij}(x_j) x_j &= k x_i, i = \overline{1; n}; \\ p_j - \sum_{i=1}^n q_{ij} a_{ij}(x_j) p_i &= k p_j, j = \overline{1; n}; \\ x_i > 0, p_i > 0, i &= \overline{1; n}; \\ q_{ij} \geq 1, i &= \overline{1; n}, j = \overline{1; n}; \quad k > 0. \end{aligned}$$

Здесь  $i, j$  — индексы агентов (чистых отраслей);  $n$  — их количество;  $x_i, x_j$  — валовой выпуск чистой отрасли;  $p_i, p_j$  — равновесная цена её продукции;  $a_{ij}(x_j)$  — неотрицательная и монотонно возрастающая по  $x_j$  функция, выражающая зависимость коэффициента прямых затрат продукции отрасли  $i$  на производство продукции отрасли  $j$  от валового выпуска  $x_j$ ;  $q_{ij}$  — коэффициент избыточных затрат;  $k$  — темп роста экономики. Переменные модели — валовые выпуски, коэффициенты избыточных затрат, темп роста экономики и цены — строго положительны.  $D$ -модель является обобщением формы абстрактной балансовой системы, анализируемой в [3], дополняющим её явно заданной зависимостью коэффициентов прямых затрат от валовых выпусков. Модель описывает замкнутую (полностью потребляющую свой продукт) расширяющуюся экономику чистых отраслей с эффектом масштаба, убывающим в отсутствие

избыточного потребления. Очевидно, что рабочая сила и услуги, оказываемые экономике предпринимателями, в данной модели должны рассматриваться как продукты производственных процессов, происходящих, соответственно, в домохозяйствах рабочих и предпринимателей.

Положим, что поведение моделируемой экономики управляется векторной целевой функцией  $\mathbf{z} = (k; z_{11}; z_{12}; \dots; z_{1n}; z_{21}; z_{22}; \dots; z_{2n}; \dots; z_{n1}; z_{n2}; \dots; z_{nn}) \rightarrow \max$ , где  $z_{ij} = q_{ij} a_{ij}(x_j) x_j$  — потребление продукта  $i$  агентом  $j$ . Предпочтения агента  $j$  зададим вектором  $\mathbf{z}_j = (z_{1j}; z_{2j}; \dots; z_{nj})$ . Тогда матрицу  $\mathbf{Q} = (q_{ij})$  можно рассматривать одновременно как приём формализации конечных целей хозяйственной деятельности и как способ отражения потребительского выбора.

Все решения  $D$ -модели, если таковые существуют, являются конкурентными равновесиями по определению. В самом деле, уравнения модели предписывают равенство спроса и предложения на каждом рынке, полное и бездефицитное расходование бюджета каждого агента (в данном случае — чистой отрасли). Далее, в каждом решении модели достигается оптимум предпочтений каждого агента: при неотрицательных ценах увеличение любого компонента этого вектора требует роста расходов, что невозможно, поскольку бюджет агента уже израсходован полностью.

Для доказательства существования неэффективного равновесия в  $D$ -модели достаточно привести числовой пример. Множество таких примеров получено в ходе компьютерных экспериментов на модели: неэффективные равновесия в ней не только существуют, но и преобладают. В связи с этим встаёт вопрос о соотношении полученных результатов с первой теоремой экономики благосостояния: какие еёсылки применимы к  $D$ -модели, а какие нет. Оказывается, что в  $D$ -модели условие выпуклости технологических множеств каждой отрасли, аналогичное условию (а) [2, с. 18], используемому при доказательстве теоремы 1 [2, с. 47], не может быть выполнено. Если  $a_{ij}$  — это, как принято в  $D$ -модели, монотонно возрастающие неотрицательные функции от  $x_j$ , то технологическое множество хотя бы одного агента (отрасли) не будет выпуклым в окрестности любого равновесия.

**Т е о р е м а.** Среди отраслей  $D$ -модели хотя бы одна обладает невыпуклым технологическим множеством.

**Доказательство.** В предположении свободного расходования совокупное технологическое множество  $D$ -модели задаётся условием  $Y = \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} \leq \mathbf{0}\}$ , где  $\mathbf{y} = (y_i), i = \overline{1; n}$  — вектор чистых выпусков всех отраслей. Его же можно задать иначе, в форме суммы технологических множеств отраслей вида  $Y_j = \{\mathbf{y}_j \mid \mathbf{y}_j \leq (y_{ij}), y_{ij} = (1 - k)\delta_{ij}x_j - d_{ij}a_{ij}(x_j)x_j, x_j > 0\}$ , где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Отсюда

$$Y_{\overline{1; n}} = \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} \leq (y_i), y_i = \sum_{j=1}^{n-1} ((1 - k)\delta_{ij}x_j - d_{ij}a_{ij}(x_j)x_j), \mathbf{x} > \mathbf{0}\} -$$

совокупное технологическое множество всех отраслей, кроме последней. Предположим, что множества  $Y_j$  строго выпуклы при  $j = \overline{1, n-1}$ . Тогда множество  $Y_{1,n}$  строго выпукло по теореме 2.10 [1, с.44], дополненной условием строгой выпуклости. Принимая во внимание определения множеств  $Y$ ,  $Y_{1,n}$  и пользуясь уравнениями  $D$ -модели, технологическое множество отрасли  $n$  можно задать следующим образом:

$$Y_n = \{y_n \mid y_n \leq (y_{in}), y_{in} = 0 - \sum_{j=1}^{n-1} ((1-k)\delta_{ij}x_j - d_{ij}a_{ij}(x_j)x_j), x > 0\},$$

откуда с очевидностью следует его невыпуклость, принимая во внимание строгу выпуклость множества  $Y_{1,n}$ .

В моделях [5, 2] подобный феномен не возникает. Причина заключается в том, что они описывают открытую экономику, в которой потребительский выбор не влияет на технологические возможности. Как следствие, ни одно технологическое множество этих моделей не может быть выражено через другие технологические множества подобно тому, как это сделано выше. В отличие от них, в  $D$ -модели потребление приписывается агентам, поставляющим ресурсы для технологических процессов в объёмах, задаваемых возрастающей функцией от потребления. В интерпретации  $D$ -модели в качестве благ, создаваемых агентами-потребителями в объёмах, зависящих от потребления, могут выступать, по крайней мере, различные виды трудовых услуг и предпринимательской активности.

Заключение об имманентных причинах неэффективности равновесий в  $D$ -модели, описывающей замкнутый цикл общественного воспроизводства, указывает на ограничение применимости первой теоремы экономики благосостояния ситуациями, когда приемлемо предположение о взаимной независимости технологических множеств агентов: например, в случае, если хотя бы некоторые агенты-потребители не создают благ, используемых экономикой в качестве ресурса, а также если такие блага избыточны или заменимы. Этот вывод стимулирует критическое переосмысление способности рыночного механизма обеспечивать эффективность функционирования экономики.

В самом деле, как показано, например, в [2, с. 90-92], в неэффективном состоянии существуют взаимовыгодные обмены, а их последовательное осуществление имеет тупиковую точку, представляющую собой эффективное состояние; в [4, с.133-134] показано, что различие цен спроса и предложения гарантирует (при приемлемых предположениях) наличие взаимовыгодных обменов и, стимулируя их, определяет тенденцию к эффективному состоянию. Однако особенность моделей, анализируемых в указанных источниках, заключается в том, что все равновесия в них эффективны.

Вариант  $D$ -модели, в котором уравнения заменены неравенствами вида  $\geq$ , может описывать состояния, в которых некоторые блага, принадлежащие аген-

там-отраслям, оказываются в относительном избытке. Их теневая цена для самой отрасли, по условию дополняющей нежесткости, нулевая, в связи с чем отрасли заинтересованы в обменах. Однако последовательность взаимовыгодных обменов в этом случае сходится к равновесию, которое может оказаться неэффективным. По его достижении в системе по-прежнему существуют взаимовыгодные обмены (быть может, коалиционные), но их невозможно отыскать, пользуясь только информацией о рыночных ценах: в равновесии ни одна отрасль не имеет избытков, а цены спроса и предложения равны. Таким образом, в экономике, адекватно отображаемой  $D$ -моделью, свободные обмены в общем случае не позволяют отыскать эффективное состояние.

#### Выводы:

- ♦ с помощью компьютерных экспериментов на  $D$ -модели выявлено преобладание в ней неэффективных равновесий;
- ♦ установлено, что причина данного феномена заключается в имманентном невыполнении в  $D$ -модели традиционных для экономической теории благосостояния требований выпуклости технологических множеств;
- ♦ показано, что в методологическом плане невозможно выполнить данные требования проистекает из отражения уравнениями модели зависимости поставок ресурсов от потребительского выбора;
- ♦ продемонстрирована плодотворность постановки компьютерных экспериментов на математических моделях как элемента методологии экономической теории.

#### Список использованной литературы:

1. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.
2. Полтерович В.М. Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. М.: Наука, 1990.
3. Светлов Н.М. Связь цен конкурентного равновесия с натуральными показателями затрат // Журнал экономической теории, 2009, №1, с.233-243.
4. Светлов Н.М., Гатаулин А.М. Стоимость, равновесие, издержки в сельском хозяйстве: 2-е изд. М.: ИНФРА-М, 2013.
5. Debreu G. Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium. Wiley, 1959.