ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СВОЙСТВ БАЛАНСОВЫХ СИСТЕМ

Н.М. Светлов

В статье изложены результаты исследования связи цен с технологическими параметрами экономических систем, выполненного в соответствии с программой изучения межотраслевых связей АПК, осуществляемой кафедрой экономической кибернетики МСХА.

Экономические системы по своей природе представляют собой балансовые системы. Вследствие этого им присущи свойства *формальной балансовой системы*, имеющей вид

$$\begin{cases} \mathbf{l}=(l_j);\ \mathbf{p}=(p_i);\ \mathbf{A}=(a_{ij}); \\ \forall j \sum_j a_{ij}\, l_j = 0;\ \forall i \sum_i a_{ij}\, p_i = 0; \\ i\in I,\ j\in J. \end{cases} \tag{1}$$

Сама по себе формальная балансовая система вряд ли допускает экономическую интерпретацию. Однако её свойства обнаруживаются у многочисленных дезагрегированных микроэкономических моделей. В статье показано наличие этих свойств у моделей В. Леонтьева, Л.В. Канторовича, Дж. фон Неймана, а также у двух микроэкономических моделей, предложенных автором.

Рассмотрим квадратную матрицу $\overline{\mathbf{A}}$, состоящую из элементов $\bar{a}_{ij}$, образованных по правилу

$$\bar{a}_{ij}=a_{ij},\ i\in \overline{I},\ j\in \overline{J}; \tag{2}$$

$$\bar{a}_{ij} = \sum_k a_{ik}\, l_k,\ j\notin \overline{J},\ k\in J\backslash\overline{J}; \tag{3}$$

$$\bar{a}_{ij} = \sum_k a_{kj}\, p_k,\ i\notin \overline{I},\ k\in I\backslash\overline{I} \tag{4}$$

($\overline{I}$ и $\overline{J}$ — множества соответственно строк и столбцов, вошедших в некоторый базис $\mathbf{A}$). Этой матрице присущи следующие свойства:

- она является вырожденной квадратной матрицей;
- ранг её на единицу меньше размерности и равен рангу матрицы $\mathbf{A}$;
- двойственность:

$$\begin{cases} \forall i\ \forall j\ \dfrac{\sum_m a_{im}\, l_m}{l_j} = \dfrac{\sum_n a_{nj}\, p_n}{p_i} = -\bar{a}_{ij} \ ; \\ i\in I,\ j\in J,\ n\in I,\ m\in J,\ n\neq i,\ m\neq j \end{cases} \tag{5}$$

- для $\overline{\mathbf{A}}$ верна следующая т е о р е м а (доказана в [4]).

Пусть $\mathbf{V}$ — произвольная невырожденная матрица размерностью $n\times n$, w_{ij} — коэффициент строки i и столбца j матрицы $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$, матрица $\overline{\mathbf{A}}$ размерностью $n\times n$ вырождена и имеет ранг n-1, вектор $\mathbf{x}^*$ — любое нетривиальное решение системы уравнений $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \mathbf{0}$, x_i — коэффициент i-й строки вектора $\mathbf{x}$. Тогда $\lim\limits_{\mathbf{V}\to\overline{\mathbf{A}}} w_{gj}/w_{hj} = x_g/x_h$ для любого столбца j, для которого существует базисный минор матрицы $\overline{\mathbf{A}}$, не содержащий строки j[1].

Матрицы $\overline{\mathbf{A}}$ могут быть построены на основе моделей тех экономических систем, в которых всё потребление — производственное и конечное — обусловлено объективно. Предположив наличие малого избытка хотя бы по одному благу, введём в рассмотрение матрицы $\mathbf{V}$ и $\mathbf{W}$, соответствующие каждой матрице $\overline{\mathbf{A}}$.

Представим динамическую модель межотраслевого баланса [2] в форме матрицы

$$\left(\begin{array}{c|c} \dfrac{\delta_{ij} - a_{ij}}{\sum_i(\delta_{ij} - a_{ij})p_i} & \dfrac{-b_i+\sum_j d_{ij}r_j}{\sum_i\left(-b_i+\sum_j d_{ij}r_j\right)} \end{array}\right) \tag{6}$$

однородной системы уравнений. Здесь δ_{ij} - символ Кронекера; a_{ij} — затраты блага i на единицу интенсивности технологического процесса, выпускающего благо j; d_{ij} — норма капитализации блага i на единицу интенсивности технологического процесса, выпускающего благо j; b_i — конечное потребление блага i в единицу времени; l_i (l_j) — интенсивность технологического процесса, выпускающего благо i (j); p_i — цена блага i; r_j —

---

[1] Т.е. если строка j не является *строго базисной*.

прирост выпуска блага j в единицу времени; v_j — добавленная стоимость, создаваемая технологическим процессом производства блага j при его единичной интенсивности.

Эта матрица обладает всеми свойствами матрицы $\overline{\mathbf{A}}$ формальной балансовой системы. Её столбцы образуют линейные комбинации с коэффициентами $(l_j|1)$, строки — с коэффициентами $(p_i|1)$. Коэффициенты матрицы $\mathbf{W}$ (кроме нижней строки и правого столбца[1]) представляют собой дополнительные интенсивности технологических процессов, необходимые для выпуска дополнительных единиц благ, при приближении к полной сбалансированности экономической системы. Любая строка матрицы, как следует из теоремы, стремится к вектору $(p_j|1)/\nu$, где ν — бесконечно малая[2].

Оптимальному решению основной задачи производственного планирования Л.В. Канторовича [1] соответствует матрица $\overline{\mathbf{A}}$ вида

$$\left(\begin{array}{c|c} a_{ij} & b_i \\ \hline c_j & Z \end{array}\right), \tag{7}$$

где $i \in I^*$, $j \in J^*$ (I^* — множество строк, J^* — столбцов оптимального базиса); a_{ij} — выпуск блага i на единицу интенсивности технологического процесса j; b_i — минимально необходимый выпуск или имеющийся запас блага i; c_j — выпуск целевого блага на единицу интенсивности технологического процесса j; Z — оптимальное значение целевой функции; остальные обозначения прежние.

Если вычеркнуть из $\mathbf{W}$ строго базисные строки и столбцы, смысл получившейся матрицы $\mathbf{W'}$ (кроме нижней строки, означающей приросты оптимальных цен, доставляющие единичный прирост значению целевой функции при условии финансовой сбалансированности) тот же, что и в модели Леонтьева. Любая её строка почти пропорциональна вектору $(p_j|1)'/\nu$, столбец — вектору $(l_j|1)'/\nu$. Векторы, отмеченные штрихом, в отличие от соответствующих векторов без штриха, не содержат элементов, соответствующих строго базисным строкам (столбцам) матрицы $\mathbf{W}$.

[1] Смысл этих коэффициентов подробно рассмотрен в [3].

[2] Далее будем говорить в подобных случаях, что строка матрицы $\mathbf{W}$ *почти пропорциональна* вектору $(p_j|1)$.

Для модели фон Неймана [6] в случае неразложимости матрицы-операнда (a'_{ij}) и матрицы-образа (a''_{ij}) преобразования, задаваемого единичным вектором интенсивностей технологических процессов, матрица $\overline{\mathbf{A}}$ имеет вид

$$\left(a'_{ij} - r\,a''_{ij}\right), \; i \in I^*, j \in J^*, \tag{8}$$

где r — максимальный темп пропорционального роста экономической системы; I^* — множество любых n благ, для которых $\sum_j a'_{ij} l_{jt} = r \sum_j a''_{ij} l_{jt}$; J^* — множество любых n технологических процессов, для которых $\sum_i a'_{ij} p_i = r \sum_i a''_{ij} p_i$; l_{jt} — интенсивность технологического процесса j в момент времени t, p_i — цена блага i; n — наименьшее из количеств технологических процессов и благ, для которых соответственно материальный и стоимостной балансы выполняются как строгие равенства.

Смысл коэффициентов матрицы $\mathbf{W'}$ аналогичен модели Леонтьева. Её строки почти пропорциональны вектору $(p_i)'$, столбцы — вектору (l_{jt}).

Автором в [5] предложена модель, родственная модели Неймана, отличающаяся рядом особенностей: экзогенно задаваемыми темпами роста производственных мощностей технологических процессов, предпосылкой о выравнивании норм прибыли в расчёте на единицу инвестиций в разные технологические процессы, отсутствием ряда предпосылок неймановской модели, затрудняющих её экономическую интерпретацию. Хотя формальный анализ данной модели нельзя считать завершённым, она позволила получить ряд результатов, касающихся ценовых пропорций и отношений кредитного перераспределения.

Для данной модели можно построить две матрицы $\overline{\mathbf{A}}_1$ и $\overline{\mathbf{A}}_2$. Первая строится на основе матрицы $(a_{ij} + r\,d_{ij})$, описывающей закон ценообразования в моделируемой системе, вторая — на основе матрицы $(a_{ij} + r_j\,d_{ij})$, описывающей материальные и финансовые процессы (r — норма сбалансированного роста экономической системы, остальные обозначения те же, что и в модели Леонтьева). Построение матрицы $\overline{\mathbf{A}}$ аналогично модели Неймана. Все строки обеих матриц $\overline{\mathbf{A}}_1$ и $\overline{\mathbf{A}}_2$ представляют собой линейную комбинацию с коэффициентами, равными ценам, столбцы матриц $\overline{\mathbf{A}}_1$ и $\overline{\mathbf{A}}_2$ — интенсивностям технологических процессов при сбалансированном и фактическом росте соответственно.

Коэффициенты матриц представляют собой дополнительные интенсивности технологических процессов, необходимые для выпуска дополнительных единиц благ, при приближении к полной сбалансированности экономической системы в случае сбалансированного ($\mathbf{W}'_1$) и фактического ($\mathbf{W}'_2$) роста, их строки почти пропорциональны вектору $(p_i)'$, столбцы — векторам (l_j) соответственно при сбалансированном и фактическом росте.

В заключение рассмотрим несложную линейную динамическую модель вида

$$\begin{cases} \forall t\ \forall i\ \ -\sum\limits_j a_{ij}\, l_{jt} - \sum\limits_j d_{ij}\, k_{jt} \le 0; \\ \forall t\ \forall j\ \ -K_{jt} + l_{jt} \le 0; \\ \forall t\ \forall j\ \ -K_{jt} - k_{jt} + K_{jt+1} \le 0; \\ \forall j\ \ K_{j0} = \text{const}; \\ \max\ \ c_j K_{jT+1}; \\ t = 1\ldots T,\ i \in I,\ j \in J, \end{cases} \tag{9}$$

где l_{jt} — интенсивность технологического процесса j в момент времени t; k_{jt} — прирост капитальных запасов технологического процесса j за момент t; K_{jt} — капитальные запасы технологического процесса j в момент t; c_j — коэффициенты целевой функции (субъективная оценка стоимости капитала, обеспечивающего единичную интенсивность технологического процесса j, в момент времени T+1); T — количество моментов времени, предшествующих созданию субъективно оцениваемого капитала. Остальные обозначения имеют прежний смысл.

Модель отражает процесс выбора обществом стратегии перспективного развития экономики с позиций момента времени 0, характеризуемого технологическими знаниями, описываемыми коэффициентами a_{ij} и d_{ij}.

Осуществлённые на ней машинные эксперименты позволяют утверждать, что производственная программа и (с точностью до масштаба) цены при t=0 не зависят от значений коэффициентов целевой функции, если последние положительны, а T доста-

точно велико (формальные условия, при которых данное утверждение верно, пока не изучены). Значит, если в экономической системе, в балансовом отношении отвечающей системе (9), существует механизм выбора, реализующий долгосрочные приоритеты, то (возможно, при соблюдении некоторых дополнительных формальных условий) производственная программа и цены не будут зависеть от того, каковы эти долгосрочные приоритеты конкретно. Анализ динамической модели в данной постановке позволяет снять серьёзную проблему, сопровождающую попытки описания процесса выбора одной из возможных стратегий поведения экономической системы посредством линейных моделей: камнем преткновения обычно являются коэффициенты целевой функции, от которых зависят производственная программа и цены.

Матрица $\bar{\mathbf{A}}$ для данной модели строится так же, как и для модели Канторовича. Столбцы соответствующей матрицы $\mathbf{W}'$ почти пропорциональны базисным переменным оптимального плана (исключая строго базисные), строки — оценкам базисных ограничений (исключая строго базисные). Наибольший интерес представляют её коэффициенты, соответствующие ограничениям, описывающим материальные балансы, и переменным l_{jt} и k_{jt}. Для переменных l_{jt} их смысл аналогичен смыслу коэффициентов матриц $\mathbf{W}'$ других моделей, для k_{jt} они означают дополнительные интенсивности капитальных затрат, необходимые для выпуска дополнительных единиц благ в данном периоде, при приближении к полной сбалансированности экономической системы. Части строк матрицы $\mathbf{W}'$, соответствующих указанным ограничениям, почти пропорциональны вектору цен благ $(p_i)'$.

Итак, для рассмотренных моделей при почти полной сбалансированности экономической системы верны следующие утверждения:

- цены ограниченных благ почти пропорциональны величинам приростов интенсивностей любого используемого технологического процесса для производства их дополнительных единиц;
- цены ограниченных благ почти обратно пропорциональны их чистым выпускам при заданной ненулевой интенсивности некоторого технологического процесса и нулевых чистых выпусках остальных благ;

♦ стоимости чистых выпусков всех ограниченных благ при заданной ненулевой интенсивности некоторого технологического процесса (либо величине конечного потребления) и нулевых чистых выпусках остальных благ почти равны.

Для рассмотренных моделей при $\nu = 0$ коэффициенты $\mathbf{W}'$ становятся бесконечно большими, однако их соотношения конечны и сохраняют экономический смысл. Соотношения любых двух коэффициентов одной строки равны соотношению цен соответствующих благ и означают пропорцию, в которой данная экономическая система допускает взаимозамену их выпуска: каким количеством одного из них приходится заплатить ради дополнительного выпуска другого. При нарушении этой пропорции и сохранении сбалансированности по остальным благам (в модели Леонтьева, сверх того, по добавленной стоимости) экономическая система неработоспособна: не существует интенсивностей технологических процессов, которые могли бы обеспечить данный чистый выпуск.

В моделях Леонтьева и Канторовича, допускающих экзогенное задание цен (непосредственно или путём выбора целевой функции), вектор цен влияет на технологические пропорции: при почти полной сбалансированности обеспечение единичного чистого выпуска блага, цена на которое повышена вдвое, потребует приблизительно вдвое (с тем большей точностью, чем меньше дисбалансы) более высокой интенсивности всех технологических процессов, чем до повышения цены.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Канторович Л.В. Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во АН СССР, 1960.

2. Коссов В.В. Межотраслевой баланс. М.: Мир, 1972.

3. Светлов Н.М. Свойства материальных балансов в дезагрегированных моделях экономических систем. М., 1997.

4. Светлов Н.М. Технико-экономическая интерпретация объективно обусловленных оценок // Актуальные проблемы повышения экономической эффективности сельскохозяйственного производства: Сборник трудов научной конференции молодых ученых и специалистов экономического факультета ТСХА 25 июня 1996 г. М., 1996.

5. Светлов Н.М. Система цен в условиях общего равновесия // Актуальные проблемы повышения экономической эффективности сельскохозяйственного производства:

Сборник трудов научной конференции молодых ученых и специалистов экономического факультета ТСХА 25 июня 1996 г. М., 1996.

6. von Neumann J. A model of general economic equilibrium // Rev. Econ. Studies, 1945-1946, vol. 13.