Светлов Н.М. Цены и производственные пропорции в дезагрегированных экономических моделях // Доклады ТСХА. М.: Изд-во МСХА, 1998, вып. 269, с. 409-415.

ЦЕНЫ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ПРОПОРЦИИ В ДЕЗАГРЕГИРОВАННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Н.М. Светлов

Чтобы выбрать верную стратегию управления аграрным производством, необходимо ясное представление о системе причинно-следственных связей, определяющих технологическую и ценовую структуры АПК. Свободные рыночные цены обусловлены технологическими параметрами экономической системы. Но если на цены оказывается управляющее воздействие, связь между ними и технологическими параметрами с течением времени восстанавливается за счёт изменений, неизбежно происходящих в системе технологий. В этом случае на передний план выступает нормативное значение цен в ущерб информационному.

В данной статье изложены результаты исследования характера связи цен с технологическими параметрами экономических систем. В качестве инструмента исследования использованы экономико-математических модели четырёх широко известных классов: модели межотраслевого баланса В. Леонтьева, задачи народнохозяйственного планирования Л.В. Канторовича, сводимые к линейным оптимизационным моделям, модель расширяющейся экономики Дж. фон Неймана [1,5], модель общего рыночного равновесия К. Эрроу и Ж. Дебре [4]. Метод исследования состоит в представлении моделей в виде формальных балансовых систем. Каждая модель при этом раскрывает некоторую специфическую сторону связи ценностных и технологических параметров реальных экономических систем.

Выводы, полученные ниже на основе моделей В. Леонтьева, верны для любой экономической системы, состоящей из однопродуктовых отраслей с экзогенными ценами и конечным потреблением, состояние которой с достаточной для целей конкретного исследования точностью можно считать сбалансированным (состояние 1); на основе моделей Л.В. Канторовича — для случая, когда экономическая система находится в состоянии оптимума относительно некоторой экзогенно заданной линейной целевой функции (состояние 2); на основе модели Дж. фон Неймана — для случая, когда достигнут максимально возможный темп пропорционального роста экономической системы (состояние 3); на основе модели Эрроу-Дебре — для ситуации общего рыночного равновесия (состояние 4). Предполагается, что в каждом из этих состояний с достаточной точностью выполняются все предпосылки соответствующих моделей.

Формальной балансовой системой будем называть систему

$$\begin{cases} \mathbf{l}=(l_j); \mathbf{p}=(p_i); \mathbf{A}=(a_{ij}); \\ \forall j \sum_j a_{ij} l_j = 0; \forall i \sum_i a_{ij} p_i = 0; \\ i \in I; j \in J. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим квадратную матрицу $\bar{\mathbf{A}}$, состоящую из элементов $\bar{a}_{ij}$, образованных по правилу

$$\bar{a}_{ij} = a_{ij},\ i \in \bar{\bar{I}},\ j \in \bar{\bar{J}}; \quad (2)$$

$$\bar{a}_{ij} = \sum_k a_{ik} l_k,\ j \notin \bar{\bar{J}},\ k \in J \setminus \bar{\bar{J}}\ ; \quad (3)$$

$$\bar{a}_{ij} = \sum_k a_{kj} p_k,\ i \notin \bar{\bar{I}},\ k \in I \setminus \bar{\bar{I}} \quad (4)$$

($\bar{\bar{I}}$ и $\bar{\bar{J}}$ — множества соответственно строк и столбцов, вошедших в некоторый базис **A**). Этой матрице присущи следующие свойства:

— она является вырожденной квадратной матрицей;

— ранг её на единицу меньше размерности и равен рангу матрицы **A**;

— двойственность:

$$\begin{cases} \forall i\ \forall j \dfrac{\sum_m a_{im} l_m}{l_j} = \dfrac{\sum_n a_{nj} p_n}{p_i} = -a_{ij}; \\ i \in I; j \in J; n \in I; m \in J; n \neq i; m \neq j. \end{cases} \quad (5)$$

— для $\bar{\mathbf{A}}$ верна следующая т е о р е м а (доказана в [3]).

Пусть $\mathbf{V}$ — произвольная невырожденная матрица размерностью $n\times n$, w_{ij} — коэффициент i–й строки и j–го столбца матрицы $\mathbf{W}=\mathbf{V}^{-1}$, матрица $\overline{\mathbf{A}}$ размерностью $n\times n$ вырождена и имеет ранг n-1, вектор $\mathbf{x}^*$ — любое нетривиальное решение системы уравнений $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}=\mathbf{0}$, x_i — коэффициент i-й строки вектора $\mathbf{x}$. Тогда $\lim\limits_{\mathbf{V}\to\overline{\mathbf{A}}} w_{gj}/w_{hj}=x_g/x_h$ для любого столбца j, для которого существует базисный минор матрицы $\overline{\mathbf{A}}$, не содержащий строки j.

На основе динамической модели межотраслевого баланса могут быть построены матрицы

$$\left(\begin{array}{c|c} \delta_{ij}-a_{ij} & -b_i+\sum\limits_j d_{ij}r_j \\ \hline \sum\limits_i(\delta_{ij}-a_{ij})p_i & \sum\limits_i\left(-b_i+\sum\limits_j d_{ij}r_j\right) \end{array}\right), \tag{6}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} d_{ij} & -b_i+\sum\limits_j(\delta_{ij}-a_{ij})l_j \\ \hline \sum\limits_i -d_{ij}p_i & \sum\limits_i\left(-b_i+\sum\limits_j(\delta_{ij}-a_{ij})l_j\right) \end{array}\right). \tag{7}$$

Здесь δ_{ij} - символ Кронекера; a_{ij} — затраты блага i на единицу интенсивности технологического процесса, выпускающего благо j; d_{ij} — норма капитализации блага i на единицу интенсивности технологического процесса, выпускающего благо j; b_i — конечное потребление i-го блага в единицу времени; l_i (l_j) — интенсивность технологического процесса, выпускающего i-е (j-е) благо; r_j — прирост выпуска j-го блага в единицу времени; v_j — добавленная стоимость, создаваемая технологическим процессом производства j-го блага при его единичной интенсивности.

Эти матрицы обладают всеми свойствами матрицы $\overline{\mathbf{A}}$ формальной балансовой системы. Их столбцы образуют линейные комбинации с коэффициентами $(l_j|1)$ и $(r_j|1)$ соответственно, а строки — с коэффициентами $(p_i|1)$.

Оптимальному решению линейной оптимизационной модели соответствует матрица $\overline{\mathbf{A}}$ вида

$$\left(\begin{array}{c|c} a_{ij} & b_i \\ \hline c_j & Z \end{array}\right), \tag{8}$$

где $i\in I^*$, $j\in J^*$ (I^* — множество строк, J^* — столбцов оптимального базиса). Если в форме линейной оптимизационной модели представлена модель Л.В. Канторовича, то a_{ij} — выпуск блага i на единицу интенсивности технологического процесса j; b_i — минимально необходимый выпуск или имеющийся запас блага i; c_j — выпуск целевого блага на единицу интенсивности технологического процесса j; Z — оптимальное значение целевой функции (чистый выпуск целевого блага). Столбцы этой матрицы образуют линейную комбинацию с коэффициентами $(l_j|1)$, строки — с коэффициентами $(p_i|1)$.

Для модели фон Неймана в случае неразложимости матрицы-операнда (a'_{ij}) и матрицы-образа (a''_{ij}) преобразования, задаваемого единичным вектором технологических процессов, матрица $\overline{\mathbf{A}}$ имеет вид

$$\left(a'_{ij}-ra''_{ij}\right),\ i\in I^*,\ j\in J^*, \tag{9}$$

где r — максимальный темп пропорционального роста экономической системы; I^* — множество любых n благ, для которых $\sum\limits_j a'_{ij}l_{jt}=r\sum\limits_j a''_{ij}l_{jt}$; J^* — множество любых n технологических процессов, для которых $\sum\limits_i a'_{ij}p_i=r'\sum\limits_i a''_{ij}p_i$; l_{jt} — интенсивность технологического процесса j в момент времени t, p_i — цена блага i; n — наименьшее из количеств технологических процессов и благ, для которых соответственно материальный и стоимостной балансы выполняются как строгие равенства. Столбцы этой матрицы образуют линейную комбинацию с коэффициентами (l_{jt}), строки — с коэффициентами (p_i).

На основе модели Эрроу-Дебре можно построить как минимум три различных матрицы $\overline{\mathbf{A}}$ (см. [2]), столбцы которых (кроме последнего, агрегированного) представляют собой выпуски различных производителей, спрос или начальные запасы различных потребителей. Столбцы всех трёх матриц составляют линейную комбинацию с единичными коэффициентами, строки — с коэффициентами $(p_i|1)$.

Матрицы $\bar{\mathbf{A}}$ описывают экономические системы, в которых всё потребление — производственное и конечное — обусловлено объективно. Предположив наличие малого избытка хотя бы по одному благу, введём в рассмотрение матрицы $\mathbf{V}$ и $\mathbf{W}$, соответствующие каждой матрице $\bar{\mathbf{A}}$. Поскольку, согласно теореме, цены в моделях связаны с коэффициентами w_{ij}, представляет интерес их экономический смысл.

Коэффициенты матриц $\mathbf{W}$ (кроме модели Эрроу-Дебре и случаев, описанных ниже) представляют собой дополнительные интенсивности технологических процессов, необходимые для выпуска дополнительных единиц благ, при приближении к полной сбалансированности экономической системы.

В моделях Леонтьева иную интерпретацию имеют следующие коэффициенты.

Для матрицы $\bar{\mathbf{A}}$ вида (7) w_{ij} есть изменения темпов роста технологических процессов, необходимые для выпуска дополнительных единиц благ при заданных интенсивностях технологических процессов в данный момент.

Величины, обратные коэффициентам последней строки матрицы $\mathbf{W}$ межотраслевого баланса (кроме крайнего правого), представляют собой количества благ, которые при приближении к полной сбалансированности экономической системы могут быть произведены за счёт единицы объективно обусловленного потребления (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (6)) либо производственного и конечного потребления (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (7)). Эти величины стремятся к нулю.

Коэффициенты правого столбца матрицы $\mathbf{W}$ (кроме нижнего) при приближении к полной сбалансированности экономической системы представляют собой дополнительные интенсивности производства благ, необходимые для производства дополнительной единицы добавленной стоимости (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (6)) либо изменения темпов роста технологических процессов, необходимые для увеличения производственного и конечного потребления на единицу при заданных интенсивностях технологических процессов в данный момент (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (7)).

Бесконечно малая величина, обратная правому нижнему коэффициенту, представляет собой добавленную стоимость, которая может быть произведена за счёт единицы объективно обусловленного потребления (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (6)) либо изменение совокупных капитальных вложений за счёт снижения на единицу производственного и конечного потребления (матрица $\bar{\mathbf{A}}$ вида (7)).

Коэффициенты последней строки матрицы $\mathbf{W}$ моделей Канторовича представляют собой приросты оптимальных цен, доставляющие единичный прирост значению целевой функции.

В моделях Канторовича и Неймана коэффициенты строк и столбцов матрицы $\mathbf{W}$, соответствующих строго базисным столбцам и строкам матрицы $\bar{\mathbf{A}}$, не имеют экономического смысла.

За исключением таких коэффициентов, любая строка матрицы $\mathbf{W}$ неймановской модели стремится к вектору p_i/ν, всех остальных моделей — к вектору $(p_j|1)/\nu$, где ν — бесконечно малая. Поэтому для моделей, описывающих состояния 1, 2 и 3, при почти полной сбалансированности экономической системы верны следующие утверждения:

— цены ограниченных благ почти пропорциональны величинам приростов интенсивностей любого используемого технологического процесса для производства их дополнительных единиц;

— цены ограниченных благ почти обратно пропорциональны их чистым выпускам при заданной ненулевой интенсивности некоторого технологического процесса и нулевых чистых выпусках остальных благ;

— стоимости чистых выпусков всех ограниченных благ при заданной ненулевой интенсивности некоторого технологического процесса (величине конечного потребления) и нулевых чистых выпусках остальных благ почти равны.

Для состояния 1 верны аналогичные утверждения о величинах изменения темпов роста технологических процессов.

Для моделей всех четырёх классов при $\nu = 0$ коэффициенты $\mathbf{W}$ становятся бесконечно большими, однако их соотношения имеют конечные пределы и сохраняют экономический смысл. Во всех четырёх рассматриваемых ситуациях соотношения любых двух коэффициентов одной строки равны соотношению цен соответствующих благ и означают пропорцию, в которой данная экономическая система допускает взаимозамену их выпуска: каким количеством одного из них приходится пожертвовать (заплатить) ради дополнительного выпуска другого. При нарушении этой пропорции и сохранении сбалансированности по остальным благам (в модели Леонтьева, сверх того, по добавленной стоимости) экономическая система неработоспособна: не существует значений l_j, которые могли бы обеспечить данный чистый выпуск.

Состояния 1 и 2 описываются моделями, допускающими экзогенное задание цен (непосредственно или путём выбора целевой функции). В этих условиях вектор цен влияет на технологические пропорции: при почти полной сбалансированности обеспечение единичного чистого выпуска блага, цена на которое повышена вдвое, потребует приблизительно вдвое (с тем большей точностью, чем меньше дисбалансы) более высокой интенсивности всех технологических процессов, чем до повышения цены.

Библиографический список

1. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.

2. Светлов Н.М. Свойства материальных балансов в дезагрегированных моделях экономических систем. М., 1997.

3. Светлов Н.М. Технико-экономическая интерпретация объективно обусловленных оценок // Актуальные проблемы повышения экономической эффективности сельскохозяйственного производства: Сборник трудов научной конференции молодых ученых и специалистов экономического факультета ТСХА 25 июня 1996 г. М., 1996.

4. Debreu G. Theory of Value. New York, 1959.

5. von Neumann J. A model of general economic equilibrium // Rev. Econ. Studies, 1945-1946, vol. 13.