

© Н.М. Светлов, 1999-2012.

Библиографическое описание публикации:

Светлов Н.М. Стохастическая постановка задачи динамического программирования и ее применение для оптимизации севооборотов // Труды Независимого научного аграрно-экономического общества: Вып. 2: Эффективность и конкурентоспособность аграрного сектора России. М.: Издательство МСХА, 1999. - Т.2, с.204-208.

Внимание! В статье выявлены ошибки, вследствие которых изложенный в ней алгоритм не позволяет в общем случае найти оптимальное решение рассматриваемой задачи.

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА
ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СЕВООБОРОТОВ

Н.М. Светлов

Оптимизационные задачи в стохастической постановке предполагают учёт случайного характера процессов, протекающих в моделируемых системах. Применение того или иного метода оптимизации для решения задачи в стохастической постановке обусловлено спецификой прикладной задачи. Хорошо известны задачи этого типа, решаемые посредством методов линейного программирования [1]. В данной статье речь пойдёт о принципиальной возможности учёта случайного характера моделируемых процессов в рамках динамического программирования в дискретном времени и о конкретной предметной области, весьма перспективной для применения моделей динамического программирования в стохастической постановке — планировании севооборотов.

Общую задачу динамического программирования в дискретном времени в стохастической постановке можно представить следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max E; \\ D < D_{\max}; \\ V < V_{\max}; \\ E = \sum_{i \in I} E_i; \\ E_i = \sum_{t=1}^{T-1} b_i(c_t, c_{t+1}), c_{t+1} \in F(c_t), i \in I; \\ D = \left(\sum_{i \in I} p_i E_i^2 \right) - E^2; \\ V = \frac{\sqrt{D}}{E}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где E — математическое ожидание величины эффекта, подлежащее максимизации, D — дисперсия эффекта, обусловленная вариацией случайных факторов, D_{\max} — предельно допустимая дисперсия эффекта, V — коэффициент вариации эффекта, V_{\max} — предельно

допустимая величина коэффициента вариации эффекта, E_i — величина эффекта при i -й реализации случайных факторов из конечного дискретного множества I их возможных реализаций, t — индекс момента времени, T — последний момент периода, описываемого моделью, c_t — состояние моделируемой системы в момент t , $b_i(c_t, c_{t+1})$ — прирост эффекта при переходе из состояния c_t в c_{t+1} в случае i -й реализации случайных факторов, $F(c_t)$ — отображение состояния моделируемой системы в момент t на множество её возможных состояний в момент $t+1$, p_i — вероятность i -й реализации случайных факторов.

Метод динамического программирования не позволяет реализовать эффективную вычислительную процедуру для постановки задачи, в которой вводятся штрафы за вариацию эффекта в целевой функции.

Распространение одного и того же исхода реализации случайных факторов на весь период моделирования не ограничивает общности задачи. Исход суть набор параметров $b_i(c_t, c_{t+1})$ для любого $t = 1 \dots T-1$. Поэтому он может представлять собой произвольное чередование более и менее благоприятных периодов. Искусство специалиста, использующего задачу (1) для представления конкретной предметной области, состоит, в частности, в определении необходимого и достаточного множества исходов.

Для решения задачи (1) используют рекуррентную формулу

$$q(c_t) = \max_{c_t \in F(c_{t-1})} (q(c_{t-1}) + \bar{b}(c_{t-1}, c_t)), \quad (2)$$

где $q(c_t)$ — максимум математического ожидания эффекта на последовательности состояний $c_1 \dots c_t$, причём $q(c_1)$ полагается равным нулю, а $q(c_T) = E$; $F(c_t)$ — множество состояний моделируемой системы, для которых существует возможность составить хотя бы одну последовательность состояний $c_{t+1} \dots c_T$, отвечающих условиям $c_{\tau+1} \in F(c_\tau)$ для $\tau = t \dots T$, такую, чтобы для всей последовательности $c_1 \dots c_T$ выполнялись ограничения по вариации эффекта; $\bar{b}(c_{t-1}, c_t)$ — математическое ожидание прироста эффекта при переходе из состояния c_{t-1} в c_t , определяемое как $\sum_{i \in I} p_i b_i(c_{t-1}, c_t)$. Если в некоторый t имеет место $F(c_t) = \emptyset$, задача (1) неразрешима.

Формула (2) является частным случаем рассмотренного в [2] соотношения, используемого для решения общей задачи динамического программирования с ограничениями. Алгоритм, построенный на основе этого соотношения, эффективная реализация которого на языке Prolog описана в [3], в своей содержательной части пригоден для решения задачи (1). Его необходимо только дополнить предикатами для вычисления моментов распределения эффекта и изменить базу фактов таким образом, чтобы она содержала сведения о всех ожидаемых исходах реализации случайных факторов.

Задача динамического программирования в стохастической постановке представляет интерес для планирования севооборотов. Общая задача оптимизации севооборота при заданном наборе предшественников и известном экономическом эффекте каждой культуры, посеянной по тому или иному предшественнику, решается на максимум экономического эффекта средствами динамического программирования [3]. Однако севооборот, обеспечивающий максимальный эффект, не всегда наилучший, поскольку при конкретных реализациях неблагоприятных условий эффект может оказаться неприемлемо низким. Серьёзные трудности со страхованием урожая, с которыми сталкиваются ныне сельскохозяйственные предприятия, повышают требования к устойчивости севооборотов.

Чтобы применить задачу (1) к проблеме оптимизации севооборотов, необходимо:

- ◆ принять, что c_t — культура (или сочетание культур), занимающая t -е поле севооборота;
- ◆ определить множество $F(c_t)$ как множество всех культур, которые могут быть размещены на поле c_{t+1} , т.е. допустимых предшественников культуры c_t ;
- ◆ сформировать множество исходов реализации случайных факторов — погодных и экономических;
- ◆ определить величины $b_i(c_t, c_{t+1})$ целевого экономического показателя (прибыли от реализации продукции растениеводства, валового дохода, выхода обменной

энергии для определённой половозрастной группы скота и т.п.) в расчёте на единицу посевов культуры c_t по культуре c_{t+1} в случае i -й реализации случайных условий;

- ◆ определить экономически приемлемое значение ограничения по дисперсии или коэффициенту вариации целевого показателя;
- ◆ установить дополнительное ограничение $c_T = c_1$.

Необходимость последнего ограничения требует замены решающей процедуры (2) соотношением

$$q(c_t) = \max_{c_t \in F''(c_{t-1})} (q(c_{t-1}) + \bar{b}(c_{t-1}, c_t)), \quad (3)$$

в котором $F''(c_{t-1}) \subseteq F'(c_{t-1})$ — множество, для элементов которого гарантируется существование последовательности $c_{t+1} \dots c_T$, в которой $c_T = c_1$. Выполнение ограничений по показателям вариации гарантируется тем, что множество $F''(c_{t-1})$ должно содержаться во множестве $F'(c_{t-1})$.

Для практических целей часто бывает достаточно выделить два-три исхода, среди которых должны быть наихудший и наилучший возможные исходы. Остальные возможные исходы без ущерба для целей исследования могут быть представлены в форме выпуклой линейной комбинации исходов, предусмотренных моделью.

В практических задачах вряд ли окажется целесообразным использовать ограничения обоих типов — по коэффициенту вариации и дисперсии эффекта. Обычно используется одно из них. Наряду с ограничением по показателям вариации или вместо них в модель может быть введено ограничение по минимально допустимому экономическому эффекту севооборота, которое должно выполняться при любой реализации случайных условий.

Метод динамического программирования позволяет решать задачу оптимизации севооборота в стохастической постановке с ограничениями по агрономическим и технико-экономическим требованиям к севообороту, с учётом продолжительного влияния отдельных культур на результаты возделывания других культур на этом же поле, а также разрабатывать оптимальные планы освоения новых севооборотов, обеспечиваю-

щие сельскохозяйственному предприятию необходимую устойчивость экономических результатов.

Библиографический список

1. Копенкин Ю.И. Стохастические модели оптимального планирования сельскохозяйственного производства: Лекция для слушателей ФПК. М.: ТСХА, 1981.
2. Светлов Н.М. Модели динамического программирования для оптимизации севооборотов // Труды Независимого Аграрно-Экономического Общества России: Выпуск I: Проблемы формирования аграрного рынка России. М.: Изд-во МСХА, 1997.
3. Светлов Н.М. Реализация модели динамического программирования для оптимизации севооборотов на языке Prolog // Научная конференция молодых ученых и специалистов ТСХА 10-11 июня 1997 г.: Тезисы докладов. М.: Изд-во МСХА, 1998.