АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДВУХЭТАПНЫХ МОДЕЛЕЙ АГРАРНЫХ СИСТЕМ

Н.М. Светлов

Применение традиционных линейных экономико-математических моделей в планировании сельскохозяйственного производства ограничивается его резко выраженным вероятностным характером. Внедрять оптимальный план весьма рискованно, поскольку если урожайности, продуктивности окажутся по какой-либо причине ниже заложенных в модель, а потери — выше, нарушатся производственные балансы и план окажется невыполнимым. Это может привести к существенным потерям. Колебания цен, условий кредитования и страхования аналогичным образом влияют на финансовые балансы и через их посредство — на производственные.

Известны следующие способы преодоления этих недостатков: многовариантное моделирование, когда получаются и подвергаются анализу варианты решения модели на основе различных гипотез о величинах технико-экономических коэффициентов (ТЭК); моделирование пессимистического сценария, когда в модель закладываются наихудшие ожидаемые значения ТЭК; трактовка результатов решения модели не как оптимального плана, а как аналитического материала для выявления резервов; стохастическое моделирование.

Последний подход методологически является наиболее верным. Решение модели, учитывающей вероятностный характер аграрного производства, может интерпретироваться как система планов, реализуемых при разных исходах реализации случайных условий. При этом сохраняются возможности многовариантных решений и использования модели для выявления резервов. Однако при его применении встречаются существенные трудности. Задача оптимизации математического ожидания экономического эффекта при стохастических ТЭК с известным законом распределения является нелинейной и зачастую весьма сложной для решения. Кроме того, часто не удаётся с достаточной степенью надёжности обосновать характер и параметры распределения вероятностей значений ТЭК.

На практике получили распространение линейные стохастические двухэтапные модели [2, 3], предполагающие два этапа принятия управленческого решения: до и после реализации случайных условий. Для такой модели проблемы математического аппарата и подготовки данных нашли удовлетворительное решение. Модель решается посредством симплексного метода, но по сравнению с детерминистическими моделями возрастают требования к его программной реализации, касающиеся размерности решаемой задачи. Выделяется два и более (чаще всего три) класса исходов реализации случайных условий разной степени благоприятности, для каждого класса определяются средние значения ТЭК. Целевая функция записывается в форме

$$\sum_{v=1}^{V} p_v Z_v ,$$

где v — индекс класса исходов, V — количество классов исходов, Z_v — значение экономического эффекта для класса v, p_v — весовой коэффициент класса v. В качестве последнего обычно используется наиболее правдоподобная оценка вероятности реализации исхода из данного класса по результатам наблюдений, хотя правильнее использовать среднюю вероятность, вызвавшую наблюдаемое распределение исходов по классам [4].

Модели данного вида в известной степени учитывают стохастический характер производства, однако не вполне решают проблему обеспечения гарантированной сбалансированности. Действительно, ТЭК по классу неблагоприятных исходов средние, следовательно, может существовать исход из класса неблагоприятных исходов, для которого характерны ещё худшие значения ТЭК, нежели заложенные в модель. Кроме того, если модель предусматривает формирование резервов на случай неблагоприятного исхода, она, как правило, не учитывает возможности реализации неблагоприятных исходов два года подряд, так что на второй год придётся обходиться без запасов. Наконец, принимается гипотеза, согласно которой распределение вероятности исходов описывается выпуклой кусочно-линейной функцией, а средние значения всех ТЭК функционально зависят от исхода.

Основная идея, заложенная в предлагаемый альтернативный подход к построению линейных стохастических двухэтапных моделей, состоит в том, чтобы гарантированно обеспечить (если это возможно, т.е. если модель разрешима) сбалансированность производства при реализации наихудших случайных условий из когда-либо наблюдавшихся (или, по желанию исследователя, ещё худших). Традиционные подходы к формированию классов исходов не позволяют обосновать со сколько-нибудь приемлемой степенью достоверности весовые коэффициенты для таких исходов. В рамках альтернативного подхода эта задача решается посредством представления любой реализации случайной величины x, распределённой по некоторому закону в интервале $[a; b]$, в форме $ga + hb$, $g + h = 1$, $g \geq 0$, $h \geq 0$, где g и h имеют смысл «числа наблюдений» соответственно наихудшего и наилучшего исходов.

В соответствии с предлагаемым подходом, в модели выделяются два класса исходов, один из которых включает наихудший исход, другой — все остальные. Ниже изложена последовательность расчёта ТЭК и весовых коэффициентов для каждого исхода.

1. Определяется диапазон вариации $[l_i; u_i]$ каждого ТЭК по результатам имеющихся наблюдений (i — индекс ТЭК).

2. Определяется планируемый диапазон вариации каждого ТЭК $[a_i; b_i]$ с учётом возможностей реализации значений ТЭК, выходящих за пределы наблюдавшихся. Решение о выборе величин a_i и b_i субъективно и ограничивается только требованием $[l_i; u_i] \subseteq [a_i; b_i]$. Чем больше разница между l_i и a_i, тем больше ресурсов будет резервироваться по оптимальному плану для неблагоприятного исхода. Если нет достаточных внешних соображений для выбора a_i, можно получить варианты решения для различных значений a_i и затем выбрать один из планов в зависимости от того, каковы склонность руководства данной организации к риску и потери, обусловленные приспособлением производства к возможности исхода a_i.

3. Определяется число условных наблюдений реализации наихудшего исхода (g_{ij}) для каждого наблюдения каждого ТЭК: $g_{ij} = 1 - (x_{ij} - a_i) / (b_i - a_i)$. Здесь j — индекс наблюдения, x_{ij} — значение i-го ТЭК при j-м наблюдении.

4. Подсчитывается величина средней вероятности наихудшего исхода, вызвавшей наблюдаемое распределение условных наблюдений по классам

$$p = \frac{1 + \sum_j \prod_i g_{ij}}{N + 2},$$

используемая в целевой функции в качестве весового коэффициента наихудшего исхода, при котором значения ТЭК равны a_i. Здесь $N = 2^m$, где m — количество ТЭК, являю-

щихся случайными величинами. Величину p можно считать достаточно достоверной для практических целей, если $\sum_j \prod_i g_{ij} \geq 3$. Чем больше число наблюдений, тем больше значение левой части неравенства. Для более точной оценки достоверности p применительно к конкретной модели можно использовать приём, изложенный в [4].

5. Подсчитываются средние значения ТЭК для класса остальных исходов по формуле

$$d_i = \frac{\bar{x}_i - pa_i}{1 - p},$$

где $\bar{x}_i$ — среднее значение ТЭК по имеющимся наблюдениям. Весовой коэффициент целевой функции для этого класса исходов равен $1 - p$. В этом случае $pa_i + (1 - p)d_i = \bar{x}_i$, т.е. средняя величина любого ТЭК по двум классам исходов совпадает с наиболее правдоподобной оценкой средней по результатам наблюдений. Достоверность величины d_i зависит от достоверности $\bar{x}_i$. Последняя определяется с использованием обычных способов оценки достоверности выборочной средней.

Если количество стохастических ТЭК достаточно велико, выполнение условия $\sum_j \prod_i g_{ij} \geq 3$ оказывается затруднительным. В этом случае имеются три возможности: понести затраты, связанные с дополнительным статистическим наблюдением; предположить наличие функциональной связи между некоторыми ТЭК, чтобы уменьшить значение m и, следовательно, повысить достоверность p; ничего не менять, кроме трактовки результата решения.

Первые две возможности не требуют комментариев. Они являются предпочтительными, но их не всегда возможно реализовать. Остановимся на третьей. Заметим, что от p зависит только целевая функция. Следовательно, хотя неточность величины p влияет на выбор конкретного плана, любой план в области допустимых решений модели сбалансирован даже при реализации наихудшего исхода. Поэтому при недостоверном p мы рискуем неверно оценить математическое ожидание экономического эффекта и выбрать не самый эффективный план с точки зрения фактического (объективного) значения p, но сбалансированность плана будет гарантирована. Величина и экономическое значение ошибки, обусловленной недостоверным весовым коэффициентом, могут быть изучены путём исследования зависимости решения модели от параметра p. Уместно напомнить, что даже при достоверном p оптимальный план, полученный с применением данной модели, может быть не наилучшим с экономической точки зрения, поскольку не учитываются формы законов распределения стохастических ТЭК, следовательно, не реализуются возможности увеличения экономического эффекта, присущие определённым сочетаниям значений ТЭК. Поэтому полученный план следует трактовать с экономической точки зрения как *наилучший из известных исследователю* планов, для которых выполняются все условия, учтённые в модели.

Кроме сбалансированности всех планов из области допустимых решений модели для любого исхода реализации стохастических ТЭК, изложенная методика гарантирует, что значение целевой функции для оптимального плана равно величине экономического эффекта для этого же плана при средних значениях всех ТЭК.

При использовании данного подхода в моделях перспективного планирования не следует моделировать создание запасов на случай неблагоприятного исхода, поскольку нельзя исключить возможность наступления нескольких неблагоприятных исходов подряд и исчерпания запасов. Если бы планом для наихудшего исхода было предусмотрено использование запаса, это привело бы к его несбалансированности при подобных обстоятельствах. Остаётся предположить, что запасы создаются и используются в пределах класса остальных исходов, что не позволяет оптимизировать их величину в рамках данного подхода. Более полезной для обоснования пополнения или использования запасов может оказаться детерминистическая модель краткосрочного планирования, составляемая после реализации случайных условий и учитывающая фактическое состояние запасов в данный момент.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данциг Д. Линейное программирование, его обобщения и применения. М.: Прогресс, 1966.

2. Кардаш В.А. Экономическая оптимизация в орошении // Вопросы анализа плановых решений в сельском хозяйстве. Ч. II. Новосибирск: Наука, 1972.

3. Копёнкин Ю.И. Стохастические модели оптимального планирования сельскохозяйственного производства: Лекция для слушателей ФПК. М.: 1981.

4. Светлов Н.М. Обоснование весовых коэффициентов исходов в стохастических моделях сельскохозяйственного производства // Доклады ТСХА. М.: Издательство МСХА, 1995, вып. 266.