

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Московская сельскохозяйственная академия им. К.А. Тимирязева

УДК 330.101.5

*Н.М. Светлов*

## ДЕМОГРАФИЧЕСКИЙ ДЕТЕРМИНАНТ СТОИМОСТИ

Москва 2001

### Введение

Цель статьи — изложить некоторые результаты анализа математических моделей образования стоимости, учитывающих экзогенный характер процесса роста народонаселения.

В рассматриваемых моделях предполагается, что целевая функция, объясняющая фактическое поведение экономической системы, характеризует предпочтения хозяйствующих субъектов, обусловленные производством и обменом. В соответствии с [8], в оптимуме по Парето потребностей хозяйствующих субъектов такие предпочтения должны быть одинаковыми для всех субъектов и, следовательно, совпадать с вменённым императивом поведения экономической системы.

Основной результат, представленный в статье, — существование и форма связи между темпом роста населения, с одной стороны, межвременными предпочтениями хозяйствующих субъектов и альтернативной стоимостью капитала — с другой.

### 1. Некоторые трудности неоклассической теории динамического равновесия

Современная теория динамического равновесия выросла из имеющих продолжительную историю исследований пропорциональности и сбалансированности экономики, восходящих к П. Бугильберу [13] и Ф. Кенэ [2]. Эти исследования получили развитие как за рубежом [3], так и в СССР [7, 12]. Она решает следующие вопросы: доказательство и изучение условий существования динамического равновесия; качественные свойства траекторий динамического равновесия; экономическое содержание альтернативной стоимости капитала; условия тенденции к сбалансированному росту.

Динамическое равновесие допускает два понимания [10]. В широком смысле слова оно означает согласованность (совместную осуществимость) отно-

сящихся к разным моментам времени планов хозяйствующих субъектов, независимо максимизирующих свои предпочтения. В узком смысле — предполагает пропорциональный сбалансированный рост всех технологических процессов (динамическое равновесие по Нейману). Ниже под динамическим равновесием будем понимать динамическое равновесие в широком смысле слова, а для динамического равновесия в узком смысле слова зарезервируем термин «динамическое равновесие по Нейману».

Методика изучения формальных условий существования динамического равновесия в широком смысле слова не отличается от методики изучения условий существования статического равновесия. Достаточно лишь приписать благам индекс момента времени, в котором они существуют, и указать, что технологические процессы преобразуют блага, существующие в момент времени  $t$ , во блага, существующие в момент  $t + 1$ . Можно считать, что прибыль производителей и предпочтения потребителей оптимизируются для каждого периода независимо. При таком подходе любая статическая модель общего рыночного равновесия оказывается родовой для соответствующей динамической модели, наследующей все свойства исходной модели и, возможно, приобретающей ряд специфических свойств. Подобным методом можно получить условия существования рыночного равновесия, аналогичные хорошо известным условиям, полученным для модели Эрроу-Дебре и других конкретизаций модели Вальраса.

Возникновение категории динамического равновесия по Нейману связано с изучением траекторий поведения абстрактной балансовой системы, в которой выполняются условия материального и стоимостного баланса (т.е. динамического равновесия в широком смысле слова). Её решение [16, 1, 14, 15, 4] привело к понятию неймановского луча — траектории сбалансированного роста с максимальным темпом.

Неймановский луч привлекает интерес экономистов благодаря бескризисному росту с максимальным темпом. Но он обладает тем недостатком, что равновесной траектории, выходящей на него из не принадлежащих ему точек, в рамках

семейства моделей Неймана-Гейла, анализируемых в вышеуказанных работах, не существует. Этот факт потребовал исследовать условия, при которых равновесные траектории, начало которых не лежит на неймановском луче, имеют тенденцию приближаться к нему. В результате возникла теория магистрали экономического развития.

Теория магистрали имеет скорее математическую, нежели экономическую, ценность, поскольку условия магистральной динамики обычно слишком жёсткие для того, чтобы считать их выполняющимися в реальности. Классические работы Раднера [18], Никайдо [17] рассматривают модели, в которых предпочтения определены только для последнего момента времени моделируемого периода. Наиболее полно современная магистральная теория представлена в работе [6], а из числа отечественных трудов — в [5, 11].

Гипотеза о магистрали завоевала широкую популярность, невзирая на отсутствие каких-либо опытных свидетельств её справедливости. Эмпирические данные не подтверждают гипотезу о магистрали. Поведение экономики носит чётко выраженный колебательный характер в любом горизонте времени, а сокращение амплитуды делового цикла в последние десятилетия — результат целенаправленной антикризисной политики. Нет никаких свидетельств в пользу сокращения амплитуды других гармоник циклических колебаний темпов роста, в т.ч. длинных волн экономической конъюнктуры.

Считается, что основной вклад анализа равновесной динамики в экономическую теорию состоит в объяснении сущности и детерминантов альтернативной стоимости капитала. Действительно, модели Неймана-Гейла позволяют определить величину ренты, приносимой любым запасом благ, и показать, что эта рента зависит только от стоимости запаса в равновесных ценах и темпа экономического роста. И цены, и темп роста, в свою очередь, обусловлены технологиями, входящими в технологическое множество модели. На деле эти выводы верны только в рамках формальной модели, в которой технологическое множество считается постоянным. Однако представление *реальной* экономики в форме Неймана-Гейла

сопряжено с необходимостью учёта затрат на удовлетворение ненасытных потребностей, не представленных в модели в явном виде. Потребности эти могут удовлетворяться в большей или меньшей степени, предопределяя тем самым меньший или больший, соответственно, темп экономического роста. Следовательно, вопрос о сущности альтернативной стоимости капитала требует дополнительного исследования.

## 2. Связь темпов роста экономики и населения

Модели, представленные ниже, основаны на идее о том, что рост населения, определяющий размер насыщенных потребностей и объём трудовых ресурсов, не зависит от экономических переменных.

Это предположение чрезмерно упрощает суть дела:

- ◆ уровень экономического развития во всяком случае устанавливает верхний предел возможному росту населения;
- ◆ изменения в состоянии экономики влияют на темп роста населения (нынешний кризис в России — наглядное тому подтверждение);
- ◆ существенен не только рост населения как таковой, но и изменение численности конкретных групп населения с определённым уровнем здоровья, образования, профессиональными навыками.

Ввиду этого автор предлагает рассматривать модели, описанные ниже, как первое приближение к учёту влияния процессов роста народонаселения в теоретико-стоимостных моделях. Выводы статьи верны лишь до тех пор, пока предположение о независимости темпов роста населения от экономических факторов оказывается в силе — безотносительно к тому, достаточно ли часто это случается.

Для дальнейшей работы нам потребуется ввести рабочее определение *темпа экономического роста*. Пусть задана некоторая модель  $M(\mathbf{x})$ , представляющая моделируемую систему в форме централизованной целенаправленной системы, где  $\mathbf{x} = (x_{it})$ ,  $i \in I$ ,  $t \in T$ ,  $x_{i0} = \text{const} \forall i \in I$ , где  $I$  — множество благ,

$T$  — неограниченное сверху дискретное множество моментов времени,  $x_{it}$  — переменные состояния экономической системы. Пусть, далее,  $\mathbf{a}$  — решение этой модели для некоторого  $\mathbf{x}_0 = (a_{i0})$ , а  $\mathbf{b}$  — решение для  $\mathbf{x}_0 = (\mathbf{a}_q = (a_{iq}))$ ,  $q \in T$ . Назовём темпом роста экономики, представленной моделью  $M(\mathbf{x})$ , за период  $[0; q]$  отношение значений целевых функций вариантов модели  $M(\mathbf{b})$  и  $M(\mathbf{a})$ . Согласно определению, о темпе роста экономики за период  $[0; q]$  предлагается судить по отношению значений целевых функций одной и той же модели, достижимых при начальных состояниях, соответствующих состояниям в сравниваемые периоды. Несложно убедиться, что для случая неймановского луча это определение темпа роста будет совпадать с определением фон Неймана при условии, что отображение вектора  $\mathbf{x}$  на значение целевой функции модели  $M(\mathbf{x})$  — функция линейно однородная по  $\mathbf{x}_0$ .

Поскольку множества моментов времени в моделях, рассматриваемых ниже, ограничены сверху (это необходимо следует из их экономического содержания), применение к ним сформулированного выше определения темпа роста требует снятия верхней границы множества моментов времени. Это возможно в предположении, что параметры модели для добавленных моментов времени принимаются равными параметрам исходной модели в последний момент времени.

Рассмотрим простую линейную модель вида

$$E = \begin{cases} \sum_{t \in [0; T[ \cap N} \beta_t \langle \mathbf{c}, \mathbf{y}_t \rangle \rightarrow \max, \\ - \mathbf{B}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{A}\mathbf{x}_t + x_{\tau t} \mathbf{a}_\tau + x_{\theta t} \mathbf{a}_\theta + \mathbf{y}_t \leq \mathbf{0}, t \in [1; T[ \cap N, \\ - x_{\tau t} + \mathbf{a}_\tau \mathbf{x}_t + a_\tau x_{\tau t} + a_\theta x_{\theta t} \leq 0, t \in [0; T[ \cap N, \\ x_{\tau t} + x_{\theta t} = \delta \cdot (x_{\tau t-1} + x_{\theta t-1}), t \in [1; T[ \cap N, \\ \mathbf{x}_t \geq \mathbf{0}, x_{\tau t} \geq 0, x_{\theta t} \geq 0, t \in [0; T[ \cap N, \\ \mathbf{y}_t \geq \mathbf{0}, t \in [1; T[ \cap N, \\ \mathbf{x}_0 = \text{const}, (x_{\tau 0} + x_{\theta 0}) = \text{const}, \mathbf{y}_T = \text{const}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}_t$  — вектор интенсивности технологических процессов (переменных производственной системы) в момент  $t$ ;  $\mathbf{y}_t$  — вектор потребления благ на удовлетворение ненасыщенных потребностей в момент  $t$ ;  $x_{\tau t}$  — затраты труда в экономической системе в момент  $t$ ;  $x_{\theta t}$  — избыток трудовых ресурсов в момент  $t$ ;  $\mathbf{A}$  — матрица затрат;  $\mathbf{B}$  — матрица выпусков;  $\mathbf{a}_\tau$  — полуположительный вектор затрат благ на удовлетворение насыщенных потребностей используемых трудовых ресурсов (в расчёте на их единицу);  $\mathbf{a}_\theta$  — полуположительный вектор затрат благ на удовлетворение насыщенных потребностей неиспользуемых трудовых ресурсов (в расчёте на их единицу);  $\mathbf{a}_\tau$  — полуположительный вектор затрат труда при единичной интенсивности технологических процессов;  $\mathbf{c}$  — полуположительный вектор коэффициентов функции предпочтения;  $a_\tau$  — положительная величина затрат труда на содержание используемых трудовых ресурсов;  $a_\theta$  — положительная величина затрат труда на содержание неиспользуемых трудовых ресурсов;  $\delta$  — темп роста населения в течение одного периода;  $\beta_t$  — показатель межвременных предпочтений, показывающий, насколько менее предпочтительным окажется благо, если оно окажется доступным в момент времени  $t$ , а не 0 ( $\beta_t > 0$ );  $T$  — последний момент времени периода моделирования;  $N$  — множество натуральных чисел.

Модель  $E$  подобна моделям Неймана-Гейла в том отношении, что её технологическое множество представляет собой конус, а хозяйствующие субъекты явно не выделены. Отличий от моделей Неймана-Гейла два: явное задание линейной функции предпочтения, определённой на множестве неотрицательных векторов потребления благ, и наличие особого блага — труда, темп роста которого предопределён.

Исследуем взаимосвязь между среднегодовым темпом экономического роста  $a$  и среднегодовым темпом роста населения  $\delta$ , в модели  $E_D^I$  за период, соответствующий единичному интервалу времени в модели.

Для этого нам потребуется утверждение 1.

Если:

- ◆ модель  $E$  имеет оптимальное решение при некотором  $\mathbf{y}_T^*$ ;
- ◆ труд расходуется, хотя бы косвенно, в производстве любого блага и ни в одном технологическом процессе не выпускается;
- ◆ в процессе удовлетворения любой потребности расходуется хотя бы одно благо и ни одно не выпускается,

то можно указать множества векторов  $Y_T$  и  $Y''_T$  такие, что модель имеет оптимальное решение только при  $\mathbf{y}_T \in [\mathbf{y}'_T; \mathbf{y}''_T]$ , где  $\mathbf{y}'_T \in Y_T$ , а  $\mathbf{y}''_T \in Y''_T$ .

Возможность существования оптимального решения модели можно продемонстрировать числовым примером. Из существования оптимального решения следует, что по крайней мере в интервале  $[\mathbf{y}_T^*; \mathbf{y}_T^*]$  оптимальное решение существует. Остаётся доказать существование верхней и нижней границы множества векторов  $\mathbf{y}_T$ , при которых существует оптимальное решение, и связность этого множества. Связность следует из выпуклости множества допустимых решений модели  $E$ , ограниченность сверху — из ограниченности трудовых ресурсов (в предположении, что труд расходуется на производство любого блага, а хотя бы одно благо расходуется для удовлетворения каждой потребности), ограниченность снизу — из того, что ненулевое население в момент  $T$  имеет ненулевые потребности.

Теперь можно доказать утверждение 2.

Пусть  $A \ni a$  — множество возможных темпов экономического роста, а  $k$  — такое положительное число, что  $\mathbf{y}''_T \leq k\mathbf{y}'_T \forall \mathbf{y}'_T \in Y'_T, \mathbf{y}''_T \in Y''_T$ . Тогда при выполнении условий утверждения 1  $A \subseteq [\delta/k^{1/T}; \delta \cdot k^{1/T}]$ , причём если  $\mathbf{y}_T = \mathbf{y}'_T$ , то  $a \in A' \subseteq [\delta/k^{1/T}; \delta]$ , а если  $\mathbf{y}_T = \mathbf{y}''_T$ , то  $a \in A'' \subseteq [\delta; \delta \cdot k^{1/T}]$ .

Определим множества  $Y'_0$  и  $Y''_0$  для нулевого момента времени моделируемого периода аналогично  $Y'_T$  и  $Y''_T$  (существование первых доказывается точно так же, как и вторых). Положим  $\mathbf{y}'_0 \in Y'_0$  и  $\mathbf{y}''_0 \in Y''_0$ . Из введённого выше определения темпа экономического роста, однородности системы неравенств модели  $E$  и её линейности следует, что в этих множествах всегда найдутся такие пары  $\mathbf{y}'_T$  и  $\mathbf{y}''_T$ ,  $\mathbf{y}'_T = \delta^T \mathbf{y}'_0$  и  $\mathbf{y}''_T = \delta^T \mathbf{y}''_0$ . Вкупе с определением величины  $k$  это доказывает данное утверждение.

Минимальное значение  $k$  зависит только от технологического множества модели. Однако, как следует из предыдущего утверждения, для любого  $k$  можно указать такую минимальную продолжительность моделируемого периода, что величина  $a/\delta$  будет отличаться от единицы на величину, не превышающую сколь угодно малой наперёд заданной константы. Но темп экономического роста за конкретный период времени  $[t; t+1]$  может отличаться от  $\delta$  весьма значительно, причём, как правило, тем в большей степени, чем больше минимальное значение  $k$ . С ростом производительности труда значение  $k$  растёт, а траектория поведения экономической системы становится (по крайней мере, потенциально) всё менее устойчивой.

Поскольку при  $T \rightarrow \infty$  (если при этом условии существует оптимальное решение) имеет место  $a \rightarrow \delta$ , из факта значительного отклонения темпа роста экономической системы от среднего в большую сторону следует необходимость либо значительного, либо длительного его отклонения от среднего в меньшую сторону. Всё наблюдаемое при численных экспериментах на модели  $E$  разнообразие траекторий её переменных и значений стоимости благ вполне соответствует этому теоретическому прогнозу.

Существование оптимального решения модели  $E$  для периода продолжительностью  $T$  не гарантирует существования в ней неймановского луча сбалансированного роста. Например, это случается, когда темп роста населения превышает максимальный технологически возможный темп роста при нулевом уровне удовлетворения ненасыщенных потребностей. Однако если луч Неймана в модели существует (возможность этого легко продемонстрировать числовым примером), то соответствующий ему темп экономического роста тождественно равен  $\delta$ . В противном случае хотя бы одна переменная системы — численность населения — растёт с темпом, отличающимся от темпа роста других переменных, а это значит, что траектория поведения системы отличается от неймановского луча.

В приложении к теории стоимости утверждение о стремлении среднего темпа роста экономики к темпу роста населения при  $T \rightarrow \infty$  означает, что темп роста населения ограничивает множество оптимальных по Парето состояний, в которых могут находиться хозяйствующие субъекты, а следовательно, и множество соответствующих этим оптимумам по Парето векторов стоимости благ. В информационном процессе образования стоимости темп роста населения выступает фактором, снимающим часть энтропии вектора стоимости. Процессы, посредующие роль этого фактора в образовании стоимости, — формирование векторов удовлетворения ненасыщенных потребностей исходя из технологических возможностей, насыщенных потребностей и доступных трудовых ресурсов, и образование альтернативной стоимости капитала.

Модель  $E$  в реальную экономику не интерпретируется, поскольку её параметры предполагаются неизменными во времени. Чтобы выяснить, имеют ли отношение обнаруженные при её анализе свойства к экономической реальности, рассмотрим более общую модель  $F$ , отличающуюся от  $E$  изменяющимся со временем технологическим множеством, которое имеет к тому же более разнообразную топологию, и динамичностью параметров межвременных предпочтений, роста населения и его потребностей. Предпочтения для каждого момента времени мы считаем заданными.

Модель  $F$  имеет форму

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t \in [0; T] \cap N} \beta_t F_t(\mathbf{y}_t) \rightarrow \max, \\ - \mathbf{b}_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{a}_t(\mathbf{x}_t) + \mathbf{a}_{\tau t}(x_{\tau t}) + \mathbf{a}_{\theta t}(x_{\theta t}) + \mathbf{y}_t \leq \mathbf{0}, t \in [1; T] \cap N, \\ - x_{\tau t} + a_{\zeta t}(\mathbf{x}_t) + a_{\tau t}(x_{\tau t}) + a_{\theta t}(x_{\theta t}) \leq 0, t \in [0; T] \cap N, \\ x_{\tau t} + x_{\theta t} = \delta_t(x_{\tau t-1} + x_{\theta t-1}), t \in [1; T] \cap N, \\ \mathbf{x}_t \geq \mathbf{0}, x_{\tau t} \geq 0, x_{\theta t} \geq 0, t \in [0; T] \cap N, \\ \mathbf{y}_t \geq \mathbf{0}, t \in [1; T] \cap N, \\ \mathbf{x}_0 = \text{const}, (x_{\tau 0} + x_{\theta 0}) = \text{const}, \mathbf{y}_T = \text{const}. \end{array} \right. \quad (2)$$

В дополнение к ранее введённым, здесь использованы следующие обозначения:  $\mathbf{a}_t(\mathbf{x}_t)$  — вектор-функция затрат благ в момент  $t$  при состоянии производственной системы  $\mathbf{x}_t$ ;  $\mathbf{b}_t(\mathbf{x}_t)$  — вектор-функция выпусков благ в момент  $t$  при состоянии производственной системы  $\mathbf{x}_t$ ;  $\mathbf{a}_{\tau t}(x_{\tau t})$  — вектор-функция затрат благ на оплату труда в момент  $t$ ;  $\mathbf{a}_{\theta t}(x_{\theta t})$  — вектор-функция затрат благ на содержание неиспользуемых трудовых ресурсов в момент  $t$ ;  $a_{\zeta t}(\mathbf{x}_t)$  — функция зависимости производственных затрат труда от текущего состояния производственной системы в момент  $t$ ;  $F_t(\mathbf{y}_t)$  — функция предпочтения благ, существующих одновременно, в момент  $t$ ;  $a_{\tau t}(x_{\tau t})$  — функция зависимости затрат труда на содержание используемых трудовых ресурсов от их величины в момент  $t$ ;  $a_{\theta t}(x_{\theta t})$  — функция зависимости затрат труда на содержание неиспользуемых трудовых ресурсов от их величины в момент  $t$ ;  $\delta_t$  — темп прироста населения в момент  $t$ . Все функции предполагаются дифференцируемыми.

Здесь, в отличие от модели  $E$ , множество технологических возможностей не имеет форму конуса: зависимость затрат и выпусков от переменных экономической системы нелинейная, а технологии, закон роста народонаселения и предпоч-

тения зависят от времени. Это существенно расширяет экономическую интерпретацию модели и делает её вполне приложимой (на соответствующем уровне абстракции) к реальной экономике.

Для модели  $F$  утверждение 1 верно с оговоркой, что для некоторых  $\mathbf{y}_T \in [\mathbf{y}'_T; \mathbf{y}''_T]$  её оптимальные решения могут не существовать. Строгим доказательством аналога утверждения 2 для модели  $F$  автор не располагает. Для каждого момента времени можно определить величину  $k_t$  аналогично тому, как величина  $k$  определена для модели  $E$ . Но эта величина, принимая во внимание нелинейность модели  $F$ , вовсе не обязательно будет ограничивать разброс возможных темпов роста за период  $[t; t+1]$ . Чтобы это имело место, нужно указать дополнительные формальные условия, приемлемые с точки зрения экономической интерпретации. Коническое технологическое множество — одно из очевидных условий, которые можно принять, — для обеспечения приемлемой экономической интерпретации требует наложения границ (верхней и нижней) на возможную интенсивность некоторых технологических процессов. Этот приём позволяет сохранить идею ограниченности диапазона возможных темпов роста параметром  $k_t$ . Другие, более общие, условия требуют специального изучения. Однако уже это рассуждение позволяет сформулировать не носящее строго математического характера утверждение 3: можно указать такие приемлемые для экономической интерпретации требования к технологическому множеству модели  $F$ , что найдутся величины  $k_t$ ,  $t \in [1; T] \cap N$ , ограничивающие диапазон темпов роста за период  $[1; T]$  множеством

$$\left[ \prod_{[1; T] \cap N} \delta_t : \sqrt[T]{\prod_{[1; T] \cap N} k_t}; \prod_{[1; T] \cap N} \delta_t \times \sqrt[T]{\prod_{[1; T] \cap N} k_t} \right]. \quad (3)$$

В отличие от утверждения 2, из утверждения 3 нельзя сделать вывод о тенденции темпа роста к средней гармонической величин  $\delta_t$ . Всё зависит от характера изменения технологических множеств во времени. Возможна, например, ситуация, при которой вследствие роста производительности труда величины  $k_t$  с

течением времени систематически растут. Рост их может быть даже более быстрым, нежели экспоненциальный. При таких обстоятельствах в экономической системе может сколь угодно долго поддерживаться темп экономического роста, превышающий темп роста населения. В частности, допустимой может оказаться траектория, на которой ненасыщенные потребности вообще не удовлетворяются. Например, целевая функция такова, что относит удовлетворение ненасыщенных потребностей в отдалённое будущее (терминальные предпочтения):

$$\beta_t = 0 \quad \forall t \in [1; T - 1] \cap N. \quad (4)$$

В реальной экономике рост по подобной модели был бы вскоре остановлен исчерпанием природных ресурсов. Последние, хотя и не отражены явно в модели  $F$ , в экономической интерпретации определяют технологическое множество на каждый период. Другая потенциальная проблема, связанная с ростом производительности труда, состоит в нарастании потенциальной неустойчивости экономической системы: расширение диапазона возможных темпов роста приводит к тому, что среди оптимальных траекторий оказываются такие, на которых размах колебаний интенсивности технологических процессов оказывается неприемлемым в организационном и социальном отношении.

Рост производительности труда — несомненно, положительный фактор экономического развития, предпосылка всестороннего развития человеческой личности, реализации одного из важнейших следствий объективной цели человеческого бытия — стремления к познанию окружающего мира. Но он же создаёт угрозу исторически сложившемуся процессу саморегулирования капиталистической экономики, требует осознанного применения системы мер, обеспечивающих реализацию целей экономического развития с минимальными рисками нестабильности и кризисных ситуаций.

В свете утверждения 3 роль роста населения как основного фактора, определяющего темп экономического роста, не столь существенна, как это представлялось с позиций утверждения 2. Но поскольку модель  $F$ , в отличие от  $E$ , не

встречается с существенными проблемами при её экономической интерпретации, корректным следует считать именно видение роли роста населения в экономической динамике, предлагаемое утверждением 3. В рамках этого видения темп экономического роста в реальной экономике не обязательно стремится в долгосрочном периоде к темпу роста населения, но границы диапазона возможных темпов экономического роста всё же зависят от темпа роста населения таким образом, что темп экономического роста, равный темпу роста населения, находится внутри этих границ.

Главный детерминант траектории поведения экономической системы  $F$  — не магистраль экономического роста, положение которой обусловлено топологией технологического множества, а траектория роста населения. Темп экономического роста и альтернативная стоимость капитала зависят не только от множества доступных хозяйствующим субъектам технологий, но и от динамики трудовых ресурсов и насыщенных потребностей, которые, в свою очередь, зависят от темпа роста населения. Соответствие между технологиями и темпом экономического роста, обусловленным демографическим фактором, достигается за счёт выбора соответствующего уровня удовлетворения ненасыщенных потребностей.

### 3. Информационный процесс изменения предпочтений под влиянием демографического фактора

Сформулированные выше утверждения не зависят от выбора целевой функции, а определяются только системой ограничений, хотя, возможно, некоторые специальные классы целевых функций позволяют усилить полученные выше утверждения. Но это направление анализа для данного исследования интереса не представляет: в рамках данной работы мы придерживаемся позиции, что императив, при посредстве которого можно объяснить поведение экономической системы, эндогенный, а следовательно, рассмотрение той или иной экзогенно заданной формы целевой функции оказывается бессодержательным. В силу этого

сформулируем следующую задачу: установить, какими могут быть значения  $\beta_t$  в экономически содержательной модели  $E$ .

Поставим вопрос: существуют ли в экономической системе детерминанты величин  $\beta_t$ ? Чтобы ответить на него, предположим на время, что вместо целевой функции, указанной в (1), модель  $E$  содержит  $T$  независимых целевых функций вида  $z_t = \langle \mathbf{c}, \mathbf{y}_t \rangle$ . Рассмотрим множители Лагранжа этих целевых функций в некотором оптимуме по Парето<sup>1</sup>. В силу утверждения 2 всегда можно указать такое  $k$ , что  $z_{t+1} = b_t z_t$ , где  $b_t \in [\delta/k; \delta \cdot k]$ , а за любой период  $[t; u]$ , где  $[t; u] \supseteq [1; T]$ , величина  $\prod_{[t;u] \cap N} b_t$  не может оказаться вне интервала  $[\delta^{u-t}/k; \delta^{u-t} \cdot k]$ . Отсюда следует, что

величина  $\beta_t / \beta_u$  также не может оказаться вне интервала  $[\delta^{u-t}/k; \delta^{u-t} \cdot k]$ . Действительно, соотношение эффекта дополнительной единицы любого ограниченного блага на  $z_t$  и  $z_u$  лежит в этом же интервале: принимая во внимание коническую форму технологического множества и его неизменность во времени, иное означало бы существование траектории роста, выходящего за пределы  $[\delta^{u-t}/k; \delta^{u-t} \cdot k]$ . Если  $\beta_t$  заданы экзогенно таким образом, что их соотношения в течение хотя бы одного периода выходят за указанные границы, то хотя бы в течение одного периода уровень удовлетворения ненасытных потребностей окажется нулевым, что явно не соответствует экономической реальности. Это дополнительный аргумент в пользу того, что коэффициенты  $\beta_t$  в модели вида  $E$ , приложенной к реальной экономике, имеют заведомо эндогенный характер.

Коль скоро демографический фактор существенно влияет на траекторию поведения экономической системы в пространстве её переменных, он существенно влияет и на траекторию изменения во времени вектора стоимости благ, компоненты которого представляют собой двойственные переменные по отношению к переменным, определяющим траекторию поведения. По аналогии с анализом

<sup>1</sup> Понятие функции Лагранжа распространено на задачи векторного программирования в [9].

значений  $\beta_t$  можно показать, что соотношение оценок любого ограниченного блага в разные периоды времени подчиняется той же самой закономерности, что и соотношение оценок целевых функций.

Вывод из вышесказанного следующий. Экономическая система, соответствующая  $E$ , содержит информацию, задающую границы *межвременных предпочтений*, количественным выражением которых являются коэффициенты  $\beta_t$ . Эти границы обусловлены темпом роста населения и производительностью труда. Темп роста населения задаёт предел межвременных предпочтений в долгосрочном горизонте времени, а производительность труда (понимаемая, например, как численность населения, насущные потребности которого могут быть удовлетворены трудом одного работника) определяет возможное отклонение от этого предела в течение заданного периода.

Аналогичный анализ модели  $F$  позволяет установить, что можно указать такие требования к её технологическому множеству, что

$$\beta_t / \beta_u \in \left[ \prod_{[t;u] \cap N} \delta_t : \sqrt[u-t]{\prod_{[t;u] \cap N} k_t} ; \prod_{[t;u] \cap N} \delta_t \times \sqrt[u-t]{\prod_{[t;u] \cap N} k_t} \right]. \quad (5)$$

Подобное утверждение можно сформулировать и относительно стоимости любого ограниченного блага.

Для модели  $F$  обусловленность межвременных предпочтений процессами роста населения в общем случае значительно слабее, но всё же существует. Его можно усилить для частного случая, в котором темп роста параметров  $k_t$  ограничен; однако у нас нет достаточных оснований для заключения о том, не окажется ли предположение об ограниченности темпа роста параметров  $k_t$  слишком жёстким для экономической интерпретации.

В экономической интерпретации объективно обусловленные коэффициенты  $\beta_u / \beta_t$  моделей  $E$  и  $F$  соответствуют альтернативной стоимости капитала для вложений на период  $[t; u]$ . Действительно, эти величины характеризуют норму отказа от удовлетворения любой ненасытной потребности в момент  $t$  в пользу её

удовлетворения в момент  $u$ , т.е. норму эффективности вложений благ, альтернатива использования которых — прямое или косвенное расходование на удовлетворение ненасыщенных потребностей в момент  $t$ . Любой набор благ единичной стоимости, существующий в момент  $t$ , всегда можно преобразовать в набор благ стоимостью  $\beta_t / \beta_{t+1}$ , существующий в момент  $t+1$ .

Межвременные предпочтения хозяйствующих субъектов в реальной экономике не реагируют непосредственно на соотношение оценок целевых функций различных периодов. Ведь оно становится достоверно известным лишь *a posteriori*, да и то не находит прямого выражения в каком-либо конкретном экономическом показателе (или наборе показателей). Фактически хозяйствующие субъекты руководствуются ставками банковского процента, которые представляют собой превращённую форму проявления альтернативной стоимости капитала, возникающей на финансовом рынке. Однако ставки банковского процента только косвенно связаны с соотношением величин  $\beta_t$ . Прямая связь может иметь место лишь при идеальной информированности участников финансового рынка и эмиссионной политике.

Значительно теснее связь банковского процента со ставками рефинансирования, устанавливаемыми органами государственного управления. Тот факт, что темп экономического роста весьма чувствителен к изменению ставок рефинансирования, служит подтверждением того, что именно эти ставки служат авторитетным источником информации о межвременных предпочтениях для хозяйствующих субъектов. Если эта информация не согласуется с объективно необходимой величиной межвременных предпочтений, обусловленной демографическим детерминантом стоимости, или попросту отсутствует, то демографический детерминант действует апостериорно:

- ♦ в случае завышенного темпа роста — обесценивая часть общественного капитала по достижении верхней грани уровня удовлетворения ненасыщенных потребностей (что, естественно, сопровождается гиперинфляцией);

- ♦ если темп роста занижен — приводя к массовой бедности и эндогенизации роста населения.

В результате согласованность темпов роста экономики и населения восстанавливается.

В этом свете корректное использование ставки рефинансирования и других инструментов государственного управления темпом экономического роста оказываются важными факторами стабильности экономического развития.

В реальной экономике процессы обмена благами между хозяйствующими субъектами могут вступить в противоречие с векторами  $\mathbf{a}_t$  и  $\mathbf{a}_\theta$ , которые в модели представляют насыщенные потребности. В этом случае либо рост населения из экзогенного превращается в эндогенный и модель  $E$  перестаёт быть адекватной экономической системе, либо некий орган централизованного управления вмешивается в процесс обменов, генерируя такие экстерналии для хозяйствующих субъектов, что удовлетворение насыщенных потребностей населения обеспечивается. Один из простых механизмов такого регулирования состоит в поддержании подходящего уровня альтернативной стоимости капитала путём прямого директивного воздействия на ставку рефинансирования и другие переменные экономической системы, воспринимаемые хозяйствующими субъектами как информационные сигналы, влияющие на принимаемые решения.

## Заключение

Вышесказанное позволяет ввести понятие демографического детерминанта стоимости.

Демографический детерминант стоимости — это ограничение множества возможных в данной экономической системе векторов стоимости благ вследствие экзогенного (относительно экономической системы) характера процессов роста народонаселения.

Пользуясь кибернетической терминологией, демографический детерминант можно определить как информацию, возникающую вследствие конкретизации траектории численности населения и снимающую часть энтропии стоимости благ.

Демографический детерминант вкупе с производительностью труда регулирует уровень удовлетворения ненасытных потребностей в экономике, темп экономического роста и альтернативную стоимость капитала. Действует он косвенно, при посредстве взаимодействия мотивации хозяйствующих субъектов и регулирующих воздействий со стороны государства, направленных на стабилизацию экономики. В случае несоответствия государственной экономической политики демографическому детерминанту стоимости возможное несоответствие темпов роста экономики и народонаселения разрешается приводит к экономическим кризисам.

### Библиографический список

1. Гейл Д. Замкнутая линейная модель производства // Линейные неравенства и смежные вопросы. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959.
2. Кенэ Ф. Объяснение экономической таблицы // Ф. Кенэ. Выбранные места. М.: 1896.
3. Леонтьев В. Динамическая обратная матрица // Экономические эссе. М.: Издательство политической литературы, 1990. — С. 294-318.
4. Макаров В.Л. Об условии равновесия в модели Неймана // Сибирский математический журнал, 1962, №3.
5. Макаров В.Л., Рубинов А.М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М.: Наука, 1973.
6. Моришима М. Равновесие, устойчивость, рост (многоотраслевой анализ). М.: Наука, 1972.
7. Немчинов В.С. Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании // Академик В.С. Немчинов: Избранные произведения. М.: Наука, 1967. — Т. 3, С. 80-97.

8. Светлов Н.М. Аргументы в пользу обусловленности стоимости факторами общественного производства // Доклады ТСХА. М.: Изд-во МСХА, 2000, вып. 272..
9. Светлов Н.М. Влияние информационных процессов на предпочтения // Труды научной конференции молодых учёных и специалистов ТСХА 6-8 июня 2000 г. М., 2000. (Рукопись депонирована во ВНИИТЭИАгропром, рег. №152/58 ВС-2000)
10. Светлов Н.М. Стоимость в экономических системах: Учебное пособие для студентов экономических специальностей. Изд. 2-е, перераб. М.: Изд-во МСХА, 2000.
11. Чермных Ю.Н. Анализ поведения траекторий динамики народнохозяйственных моделей. М.: Наука, 1982.
12. Шаталин С.С. Проблемы теоретического анализа пропорциональности социалистической экономики. Автореф. д.э.н. М., 1970.
13. Boisguillebert P. Dissertation sur la Nature des Richesses, de l'Argent et des Tributs // Economistes financiers, Paris, 1843, t.I.
14. Gale D. On Optimal Development in a Multi-Sectoral Economy // Rev. Ec. Studies, 1967, v. 34.
15. Kemeny J.G., Morgenstern O., Thompson G.L. A Generalization of the Von Neumann Model of an Expanding Economy // Econometrica, 1956, №24. — P. 115-135.
16. Neumann J. Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerischen Fixpunktsatzes // Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 1937, #8, s. 73-83.
17. Nikaido H. Persistence of Continual Growth near the Von Neumann Ray: a Strong Version of the Radner Turnpike Theorem // Econometrica, 1964, №2. — P. 151-162
18. Radner R. Paths of Economic Growth That Are Optimal With Regard Only to Final States: A Turnpike Theorem // Rev. Ec. Studies, 1961, №28. — P. 98-104.