

Н.М. Светлов

Задания и методические указания к лабораторному практикуму по курсу «Экономико-математическое моделирование»

для студентов очной формы обучения
(направления «экономика» и «менеджмент»)

Редакция 5

Москва 2016

Аннотация

Учебное пособие содержит задания к лабораторным работам по курсу «Экономико-математическое моделирование», состоящие в разработке и экономическом анализе решений несложных, но содержательных в экономическом отношении оптимизационных и эконометрических моделей. Отрабатывается использование анализа «затраты-выпуск», методов линейного и нелинейного программирования, элементарные параметрические и непараметрические методы эконометрики. Задания ориентированы на приобретение навыков взаимодействия с экономистами-математиками в процессе решения задач по управлению хозяйственными комплексами различного масштаба и уровня сложности.

© Н.М. Светлов, 2005-2016.

Введение

Представленный в настоящем издании цикл заданий предназначен для проведения лабораторных работ во время аудиторных занятий по курсу «Экономико-математическое моделирование» объёмом 60-70 часов аудиторных занятий. Предполагается, что на выполнение лабораторного практикума затрачивается примерно половина времени аудиторных занятий по данному курсу — в среднем по 3 часа на одну лабораторную работу.

Особенность предлагаемых заданий состоит в том, что они обеспечивают достаточную практическую подготовку по изучаемому курсу выпускникам вузов, профессия которых не требует самостоятельной разработки оригинальных экономико-математических моделей либо руководства такой разработкой. Однако приобретаемые навыки обеспечивают успешное взаимодействие с экономистами-математиками в процессе решения задач по управлению хозяйственными комплексами различного масштаба и уровня сложности, а также позволяют эффективно работать с экономической литературой, содержащей математическую нотацию и числовые примеры.

При разработке заданий автор опирался на классическую структуру курса «Экономико-математическое моделирование», но при этом стремился насытить её наиболее содержательными приёмами математического моделирования, трудоёмкость которых ещё допускает их освоение в формате лабораторной работы. Так, в данное пособие включены лабораторные работы по моделированию инвестиционного портфеля, размещения производства по филиалам, по анализу технологической эффективности фирм при помощи метода оболочки данных.

За рядом вполне естественных исключений, задания построены таким образом, чтобы они не представляли собой условные расчётные примеры, а имели очевидный студенту экономический смысл, приводя к конкретным предложениям по подготовке и принятию хозяйственных решений. По замыслу составителя, лабораторные работы должны стимулировать критическое отношение к осваиваемым математическим методам, формировать понимание границ их применимости.

Лабораторные работы не имеют сквозного характера, выполняются независимо одна от другой и потому могут дополнять практические курсы, построенные на основе учебных материалов других авторов, в том числе по более объёмным курсам. Если, напротив, на изучение данного курса выделено меньшее количество часов либо сочетание объёмов теоретического и практического курсов отличается от рекомендуемого в пользу изложения теоретического материала, преподаватель может опустить некоторые лабораторные работы либо отдельные их задания.

Студенты должны ознакомиться с содержанием лабораторной работы *заранее* во время самостоятельной подготовки, причём обязательно после освоения теоретического материала (лекций и рекомендуемой литературы) по соответствующей теме. Если отдельные положения заданий или методических указаний к ним студенту не вполне понятны, он должен обратиться к преподавателю с вопросом до начала лабораторной работы. При выполнении этих требований и в отсутствие нештатных ситуаций (например, компьютерных сбоев) для выполнения лабораторного практикума в полном объёме *не требуется* внеаудиторной работы (помимо подготовительной).

Как правило, лабораторные работы должны выполняться в компьютерном классе. При этом на одного преподавателя (включая ассистентов и стажёров) должно приходиться не более десяти-двенадцати студентов. В противном случае эффективность выполнения лабораторных работ снижается, так как студентам приходится ожидать пояснений преподавателя при возникновении затруднительных ситуаций. При подобных обстоятельствах студентам приходится завершать выполнение лабораторных работ во время самостоятельной подготовки.

Лабораторная работа №1. Модели межотраслевого баланса

Цель работы: приобрести элементарные практические навыки экономических расчётов при помощи моделей межотраслевого баланса.

Приборы и материалы: одно из нижеперечисленного: микрокалькулятор; ПК, оснащённый табличным процессором; ПЭВМ, оснащённая табличным процессором.

Задание

- На основании данных таблицы «Затраты-выпуск» (см. индивидуальные варианты задания 1 ниже) рассчитать коэффициенты прямых и полных затрат.
- На основании данных таблицы коэффициентов прямых затрат (см. индивидуальные варианты задания 2 ниже) рассчитать:
 - ♦ коэффициенты полных затрат;
 - ♦ объёмы валовой продукции, обеспечивающие заданный чистый выпуск;
 - ♦ таблицу «Затраты-выпуск»;
 - ♦ цены, обеспечивающие производство в каждой отрасли заданной добавленной стоимости.
- Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Вычисление обратной матрицы можно выполнить любым из известных вам методов (например, метод присоединённой матрицы, метод алгебраических дополнений) или с помощью функции МОБР табличного процессора Microsoft Excel. Для проверки правильности вычисления обратной матрицы умножьте её на исходную.

Требования к отчёту

Помимо индивидуального варианта задания, алгоритма решения и ответа, в отчёте следует представить проверку правильности проведённых вычислений и экономическую интерпретацию результатов расчётов (всюду, где она возможна).

Если преподавателем не предписано иначе, отчёт предоставляется в электронном виде на дискете или с использованием средств компьютерных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — п.6.1...6.4.

Варианты заданий

Таблицы «Затраты-выпуск» к заданию 1

Вариант 1				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	50	60	80	60
B	25	90	40	25
C	25	60	40	35

Вариант 2				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	40	18	25	21
B	16	9	25	16
C	80	45	50	75

Вариант 3				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	18	30	25	1
B	45	90	20	20
C	36	36	50	30

Вариант 4				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	150	180	240	60
B	75	270	120	25
C	75	180	120	35

Вариант 5				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	50	120	80	60
B	50	180	80	50
C	25	120	40	35

Вариант 6				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	40	18	75	21
B	16	9	75	24
C	240	135	150	75

Вариант 7				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	18	30	50	5
B	45	90	40	5
C	72	90	100	4

Вариант 8				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	150	180	80	30
B	75	270	40	25
C	25	60	40	35

Вариант 17				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	50	12	8	6
B	5	18	8	50
C	20	12	20	35

Вариант 18				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	40	18	25	60
B	16	9	25	20
C	24	15	5	75

Вариант 9				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	10	12	16	20
B	25	90	8	25
C	25	60	6	35

Вариант 10				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	40	180	25	21
B	160	90	250	100
C	80	450	50	75

Вариант 19				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	18	30	40	9
B	45	90	40	6
C	0	90	100	40

Вариант 20				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	100	100	100	300
B	75	0	40	20
C	25	60	30	35

Вариант 11				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	0	30	25	100
B	45	90	20	20
C	36	36	40	30

Вариант 12				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	150	90	240	60
B	75	135	120	25
C	75	90	120	35

Коэффициенты прямых затрат к заданию 2

Вариант 1				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	0,3	0,4	0,2	50
B	0,2	0	0,3	15
C	0,7	0,5	0,2	35
Доб.ст.	5	5	7	x

Вариант 2				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	0,3	0,4	0,2	21
B	0,2	0,1	0,4	0
C	0,5	0,5	0,2	75
Доб.ст.	12	6	6	x

Вариант 13				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	50	12	80	60
B	5	18	8	50
C	25	12	20	35

Вариант 14				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	40	18	75	20
B	16	9	75	20
C	24	15	15	75

Вариант 3				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	0,3	0	0,2	150
B	0,2	0,1	0,4	115
C	0,3	0,5	0,5	135
Доб.ст.	15	15	21	x

Вариант 4				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	0,1	0,1	0,2	50
B	0,2	0,2	0,4	50
C	0,3	0,5	0,4	125
Доб.ст.	0	16	32	x

Вариант 15				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	18	30	40	50
B	45	100	40	15
C	0	90	100	40

Вариант 16				
Ресурсы	Отрасли			КП
	A	B	C	
A	100	150	80	30
B	75	200	40	20
C	25	60	30	35

Вариант 5				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,1	0,2	100
В	0,2	0,2	0,4	105
С	0	0,8	0,4	135
Доб.ст.	12	15	17	х

Вариант 6				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,1	0,2	40
В	0,2	0,2	0,3	0
С	0,1	0,8	0,4	75
Доб.ст.	12	6	60	х

Вариант 13				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,7	0,4	0,1	30
В	0,2	0,1	0,2	15
С	0,6	0	0,3	25
Доб.ст.	50	55	70	х

Вариант 14				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,7	0,4	0,1	30
В	0,2	0,1	0,2	15
С	0,2	0	0,5	25
Доб.ст.	12	16	6	х

Вариант 7				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,3	0,2	50
В	0,2	0,2	0,3	105
С	0,1	0,4	0,4	35
Доб.ст.	8	15	7	х

Вариант 8				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,4	0,2	20
В	0,2	0,2	0,2	20
С	0,1	0,4	0,4	65
Доб.ст.	120	0	120	х

Вариант 15				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,7	0,4	0,1	5
В	0,2	0,1	0,2	15
С	0,2	0,3	0,3	65
Доб.ст.	12	6	6	х

Вариант 16				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,6	0,4	0,1	80
В	0,2	0,6	0,2	80
С	0,2	0,3	0,3	0
Доб.ст.	80	80	0	х

Вариант 9				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,6	0,4	0,2	20
В	0,2	0,5	0,2	15
С	0,1	0,4	0,4	35
Доб.ст.	50	60	20	х

Вариант 10				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,6	0,4	0,1	20
В	0,2	0,1	0,2	20
С	0,1	0,4	0,4	65
Доб.ст.	12	36	36	х

Вариант 17				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,6	0,2	0,1	70
В	0,2	0,6	0,2	65
С	0,2	0,3	0	100
Доб.ст.	20	25	60	х

Вариант 18				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,2	0,1	75
В	0,2	0,6	0,2	20
С	0,2	1	0	30
Доб.ст.	80	80	60	х

Вариант 11				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,6	0,4	0,1	20
В	0,2	0,1	0,2	15
С	0	0,4	0,3	25
Доб.ст.	6	6	7	х

Вариант 12				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0	0,4	0,1	21
В	0,2	0,1	0,2	70
С	0,6	0,4	0,3	75
Доб.ст.	12	6	0	х

Вариант 19				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	0,2	0,1	70
В	0,2	0,6	0,2	65
С	0,4	1	0,2	50
Доб.ст.	35	30	17	х

Вариант 20				
Ресурсы	Отрасли			КП
	А	В	С	
А	0,1	1	0,1	0
В	0,2	0,6	0,2	210
С	0,4	0,1	0,2	75
Доб.ст.	10	16	16	х

Лабораторная работа №2.

Практикум по решению задач линейного программирования

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

Приборы и материалы: линейка, угольник (или циркуль), карандаш; микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором; ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

1. Решить графическим методом задачу линейного программирования согласно индивидуальному варианту (см. ниже).
2. Составить и решить симплексным методом задачу линейного программирования (с учётом изменений, предусмотренных индивидуальным вариантом задания), предназначенную для составления оптимальной производственной программы молокоперерабатывающего предприятия при следующих условиях.
 - ♦ Ассортимент выпускаемой продукции включает пастеризованное молоко, кефир и сметану, а также дополнительную продукцию согласно индивидуальному варианту задания.
 - ♦ Затраты сырого молока составляют:
 - ♦ На пастеризованное молоко – 1,01 кг/кг;
 - ♦ На кефир – 1,01 кг/кг;
 - ♦ На сметану – 9,45 кг/кг.
 - ♦ Поставщики в состоянии поставить не более 140 ц молока в сутки.
 - ♦ Фасовка молока и кефира осуществляется на автоматизированной линии производительностью 5 ц молока или 6 ц кефира в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 21 часа.
 - ♦ Фасовка сметаны осуществляется на другой автоматизированной линии производительностью 30 кг сметаны в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 16 часов.
 - ♦ Цена реализации пастеризованного молока – 2,4, кефира – 2,7, сметаны – 13,8 тыс. руб./ц.
 - ♦ План должен обеспечивать максимальную *выручку* от реализации молочной продукции (контракт на поставку молока уже оплачен).
3. Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

При выполнении задания 2 необходимо предусмотреть:

- ♦ переменные по выпуску продукции каждого вида;
- ♦ ограничения по использованию сырого молока и по времени загрузки автоматизированных фасовочных линий,
- ♦ другие ограничения и переменные согласно индивидуальным вариантам задания.

Задачу следует решать симплексным методом. Разрешается либо получить опорное решение методом искусственного базиса, либо использовать метод последовательного наложения ограничений, рассмотренный в лекции.

Рекомендуется по завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации.

Требования к отчёту

По заданию 1 в отчёте должны быть представлены чертежи, поясняющие решение задачи линейного программирования графическим методом.

По заданию 2 в отчёте следует привести:

- ♦ математическую запись задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ исходную симплексную таблицу;
- ♦ все промежуточные симплексные таблицы;
- ♦ заключительную симплексную таблицу;
- ♦ оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций. Допускается рукописное приложение к отчёту, содержащее решение задания 1.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — гл.2.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., Светлова Г.Н. Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и ХА / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Варианты заданий

К заданию 1

- | | | |
|---|--|---|
| $\max x_1 + 3x_2$
$-x_1 + 3x_2 \leq 3$
1. $x_1 + x_2 \leq 7$
$3x_1 + x_2 \leq 15$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min -6x_1 + 9x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
2. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 - 3x_2 \leq 0$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min 2x_1 - x_2$
$2x_1 + 3x_2 \geq 12$
3. $x_1 - x_2 \leq 1$
$x_1 \leq 5$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
| $\max x_1 + 2x_2$
$-x_1 + 3x_2 \geq 0$
4. $x_1 + x_2 \leq 8$
$3x_1 + x_2 \leq 15$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\max 9x_1 - 9x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
5. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$4x_1 - 6x_2 \leq 0$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min 2x_1 - x_2$
$2x_1 + 3x_2 \geq 6$
6. $x_1 - 2x_2 \leq 1$
$x_1 \leq 6$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
| $\max x_1 + 3x_2$
$-x_1 + 3x_2 \geq 6$
7. $x_1 + x_2 \leq 8$
$3x_1 + 2x_2 \leq 15$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min -x_1 + 2x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 12$
8. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 - 3x_2 \leq 10$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\max -2x_1 + x_2$
$-2x_1 + 3x_2 \geq 12$
9. $x_1 + x_2 \leq 5$
$x_1 \leq 3$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |

- | | | |
|---|---|---|
| $\max x_1 + x_2$
$-x_1 + x_2 \leq 3$
10. $x_1 + x_2 \leq 8$
$3x_1 - x_2 \leq 10$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\max 2x_1 - 3x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
11. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 - 3x_2 \leq 0$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min x_1 - 2x_2$
$2x_1 + 5x_2 \geq 12$
12. $x_1 - x_2 \leq 8$
$x_1 \leq 10$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
|---|---|---|

- | | | |
|---|--|--|
| $\max x_1 + 3x_2$
$-x_1 + 3x_2 \geq 1$
13. $x_1 - x_2 \leq 7$
$3x_1 + x_2 \leq 15$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min -x_1 + x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
14. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 - 4x_2 \leq 0$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\max -x_1 + 2x_2$
$2x_1 + 3x_2 \geq 6$
15. $x_1 - x_2 \leq 8$
$x_1 + 3x_2 \leq 10$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
|---|--|--|

- | | | |
|---|--|---|
| $\max x_1 + 3x_2$
$-x_1 + 3x_2 \leq 7$
16. $x_1 + x_2 \leq 3$
$3x_1 + x_2 \leq 20$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min x_1 + 5x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
17. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 - 5x_2 \leq 0$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\min 2x_1 - 2x_2$
$3x_1 + 3x_2 \geq 12$
18. $x_1 - x_2 \leq 6$
$x_2 \leq 5$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
|---|--|---|

- | | |
|--|---|
| $\max x_1 + 2x_2$
$-2x_1 + 3x_2 \leq 3$
19. $x_1 + x_2 \leq 7$
$3x_1 + x_2 \leq 12$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | $\max 2x_1 + 3x_2$
$x_1 + 3x_2 \geq 9$
20. $-2x_1 + x_2 \leq 5$
$2x_1 + 3x_2 \leq 6$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
|--|---|

К заданию 2

- Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5200 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,8 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
- Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2200 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,9 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 20 ц/сут.

3. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7200 руб./ц. Затраты сырого молока — 15 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
4. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,3 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Суммарный максимальный выпуск кефира обоих видов — 40 ц/сут. (минимальный выпуск кефира жирного не регламентируется).
5. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5500 руб./ц. Затраты сырого молока — 18 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,3 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
6. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2000 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,8 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 12 ц/сут.
7. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7800 руб./ц. Затраты сырого молока — 14 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
8. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 790 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,31 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Доля обезжиренного кефира в общем производстве кефира должна составлять не менее трети.
9. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,4 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
10. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2500 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,85 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,15 ц/ч. Йогурта должно производиться не меньше, чем сметаны.
11. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7500 руб./ц. Затраты сырого молока — 16 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.

12. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,27 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5,5 ц/ч. Суммарный минимальный выпуск кефира обоих видов — не более 8 ц/сут.
13. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,35 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.
14. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2750 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,25 ц/ч. Максимальный выпуск — 15 ц/сут.
15. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7700 руб./ц. Затраты сырого молока — 19 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 20 ч./сут.
16. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1080 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,57 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5,5 ц/ч. Фруктового кефира должно выпускаться не меньше, чем обычного.
17. Дополнительный вид продукции — творог с изюмом. Цена — 6400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
18. Дополнительный вид продукции — молочный коктейль. Цена — 2050 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц, сахара — 4 кг/ц. Суточный ресурс сахара составляет 60 кг. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 0,5 ц/ч.
19. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17,5 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных продуктов — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
20. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1180 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,87 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. В ассортименте кефира фруктовый кефир должен составлять не менее 60%.

Лабораторная работа №3.
Теория двойственности. Экономический анализ оптимального плана

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

1. Составить и решить симплексным методом задачу, двойственную к задаче, соответствующей индивидуальному варианту задания 2 лабораторной работы №2.
2. При помощи полученного решения:
 - ♦ определить максимальную цену, по которой выгодно покупать молочное сырьё;
 - ♦ рассчитать максимально приемлемый уровень затрат на сокращение нерабочего периода каждого из фасовочных автоматов на 3%.
3. На основе полученного решения двойственной задачи определить, выгодным ли окажется производство нового продукта — обезжиренного молока, если затраты сырого молока на 1 ц обезжиренного составляют 0,1 ц, производительность его упаковки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 7 ц/ч, цена — 300 руб./ц.
4. Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Рекомендуется по завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации.

Требования к отчёту

По заданию 1 в отчёте должны быть представлены:

- ♦ математическая запись двойственной задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ исходная симплексная таблица;

- ♦ заключительная симплексная таблица;
 - ♦ оптимальное решение и оптимальное значение целевой функции.
- По заданию 2 в отчёте должны быть отражены расчёты и их результат.

По заданию 3 в отчёте требуется представить заключение о целесообразности производства обезжиренного молока, обоснованное расчётами.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — гл.3.1.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., Светлова Г.Н. Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

**Лабораторная работа №4.
Оптимизация портфеля ценных бумаг с использованием линейного программирования**

Цель работы: овладеть практическими навыками формализации задач об оптимальном портфеле ценных бумаг и их решения с помощью соответствующих программных средств.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

Составить и решить симплексным методом задачу в соответствии с нижеприведёнными условиями и данными индивидуального варианта задания.

Перед консалтинговой фирмой ЗАО «Клиент-симплекс» стоит задача сформировать портфель ценных бумаг, обеспечивающий доход, достаточный для финансирования операционной деятельности хотя бы в минимальном объёме (не менее 20 млн. руб./год) при вероятных сочетаниях конъюнктурных факторов, определяющих доходность ценных бумаг каждого вида.

В настоящее время ЗАО «Клиент-симплекс» располагает акциями коммерческого банка «Фортуна» на сумму 500 млн. руб. и свободными денежными средствами в размере 1 млрд. руб. Аналитики организации сгруппировали вероятные сочетания конъюнктурных факторов в пять групп с примерно одинаковой доходностью каждой из наиболее ликвидных ценных бумаг, обращающихся на рынке. Данные о доходности приведены в табл. 1.

Требуется сформировать такой портфель ценных бумаг, который при любой *возможной* конъюнктуре обеспечивает доход не менее 20 млн. руб. и приносит максимальную величину среднего ожидаемого дохода с учётом вероятностей каждого варианта конъюнктуры, принимая во внимание, что акции КБ «Фортуна» на рынке отсутствуют (следовательно, их можно только продавать, если в этом есть необходимость), а другие акции доступны на бирже в количествах, определённых индивидуальными вариантами задания.

Доходность ценных бумаг, котирующихся на бирже, участником которой является ЗАО «Клиент-симплекс», % годовых

Варианты конъюнктуры	Виды акций				
	КБ «Фортуна»	КБ «Н.А. Ветер & Co LTD»	ОАО «Золотой песок»	ОАО «АвтотАЗ»	ОАО «Авксом-Телеком»
A	-4	5	12	-8	5
B	0	12	-10	0	8
C	8	0	2	15	0
D	11	0	0	20	-5
E	-15	-3	30	-30	12

Примечание. Сведения о вероятности наступления каждого варианта конъюнктуры приведены в индивидуальных вариантах.

При помощи полученного решения определить максимальную процентную ставку, под которую ещё выгодно финансировать операционную деятельность за счёт кредита вместо обеспечения минимального уровня доходности пакета ценных бумаг.

Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Математическая модель должна содержать переменные, обозначающие количество акций каждого вида (млн. руб.), и три группы ограничений: баланс инвестиционных ресурсов (млн. руб.); доходность портфеля при каждом варианте конъюнктуры (млн. руб.); максимальный объём покупки или продажи акций (млн. руб.).

Номиналы акций при решении задачи не принимаются во внимание (предполагается, что они достаточно малы). Следовательно, нет необходимости вводить требование целочисленности переменных модели.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- ♦ математическая запись задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ оптимальное решение (значения переменных) и оптимальное значение целевой функции;

- ♦ суммы и двойственные оценки ограничений;
- ♦ оптимальные оценки переменных;
- ♦ аргументированный ответ на вопрос задания 2.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. — 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2005. — п.2.2.8.

Светлов Н.М., Светлова Г.Н. Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Варианты заданий

Таблица 2

Варианты заданий лабораторной работы №4

Номер варианта задания	Вероятности вариантов конъюнктуры	Наличие акций на рынке	Дополнительные условия	Оптимальное значение целевой функции, млн. руб. (для самоконтроля)
1.	0,5; 0,1; 0,1; 0,2; 0,1	ОАО "Золотой песок" – в продаже отсутствуют, ОАО "АвтоАЗ" – 250 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 10 млн. руб.	39,11
2.	0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2	ОАО "Золотой песок" – 650 млн. руб., ОАО "Авксом-Телеком" – 600 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	нет	64,85
3.	0,3; 0,3; 0,1; 0,1; 0,2	ОАО "АвтоАЗ" – 140 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Акции КБ «Фортуна» можно продать лишь за 90% стоимости	70,70

Номер варианта задания	Вероятности вариантов конъюнктуры	Наличие акций на рынке	Дополнительные условия	Оптимальное значение целевой функции, млн. руб. (для самоконтроля)
4.	0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2	ОАО "АвтоАЗ" – 100 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 30 млн. руб.	59,16
5.	0,1; 0,1; 0,1; 0,1; 0,6	ОАО "Золотой песок" – 650 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	нет	106,6
6.	0,5; 0,1; 0,1; 0,1; 0,2	Все, кроме КБ «Фортуна»	Акции КБ «Фортуна» можно продать лишь за 90% стоимости	87,63
7.	0,3; 0,3; 0,1; 0,1; 0,2	ОАО "Золотой песок" – 400 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	нет	67,30
8.	0,1; 0,5; 0,1; 0,1; 0,2	Все, кроме КБ «Фортуна»	Акции КБ «Фортуна» можно продать за 120% стоимости	75,12
9.	0,1; 0,1; 0,1; 0,5; 0,2	ОАО "Авксом-Телеком" – нет в продаже, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Акции КБ «Фортуна» можно продать только за 80% стоимости; минимальный ежегодный доход должен составлять 30 млн. руб.	50,77
10.	0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2	Все, кроме КБ «Фортуна»	Акции КБ «Фортуна» можно продать только за 70% стоимости	58,04
11.	0,1; 0,2; 0,2; 0,5; 0	ОАО "Золотой песок" – 300 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Акции КБ «Фортуна» можно продать только за 50% стоимости	74,78

Номер варианта задания	Вероятности вариантов конъюнктуры	Наличие акций на рынке	Дополнительные условия	Оптимальное значение целевой функции, млн. руб. (для самоконтроля)
12.	0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,1	КБ "Н.А. Ветер & Co LTD" – в продаже отсутствуют, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 30 млн. руб.	53,20
13.	0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,1	ОАО "Золотой песок" – в продаже отсутствуют, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 10 млн. руб.	68,95
14.	0,1; 0,1; 0,1; 0,3; 0,4	ОАО "АвтоЗАЗ" – 100 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 30 млн. руб.	67,90
15.	0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2	Все, кроме КБ «Фортуна»	Акции КБ «Фортуна» можно продать только за 70% стоимости	58,04
16.	0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2	ОАО "Золотой песок" – 400 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Акции КБ «Фортуна» можно продать только за 50% стоимости; минимальный ежегодный доход должен составлять 30 млн. руб.	48,49
17.	0,1; 0,1; 0,1; 0,3; 0,4	ОАО "Авксом-Телеком" – нет в продаже, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 40 млн. руб.	58,65
18.	0,3; 0,1; 0,1; 0,1; 0,4	КБ "Н.А. Ветер & Co LTD" – в продаже отсутствуют, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Минимальный ежегодный доход должен составлять 10 млн. руб.	98,57

Номер варианта задания	Вероятности вариантов конъюнктуры	Наличие акций на рынке	Дополнительные условия	Оптимальное значение целевой функции, млн. руб. (для самоконтроля)
19.	0,1; 0,1; 0,6; 0,1; 0,1	КБ "Н.А. Ветер & Co LTD" – в продаже отсутствуют, остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Ни одна из акций не приносит убытков (в соответствующих периодах доходы равны нулю)	140,25
20.	0,6; 0,1; 0,1; 0,1; 0,1	ОАО "Золотой песок" – 400 млн. руб., остальные (кроме КБ «Фортуна») – свыше 1,5 млрд. руб. каждая	Ни одна из акций не приносит убытков (в соответствующих периодах доходы равны нулю)	95,10

Исходные данные к задаче о размещении производства по филиалам

Лабораторная работа №5. Размещение производства по филиалам

Цель работы: овладеть практическими навыками формализации задач о размещении производства и их решения с помощью соответствующих программных средств.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

Составить и решить следующую задачу, изменив нижеприведённое условие в соответствии с индивидуальным вариантом задания.

ЗАО «Галактика», занимающееся переработкой молока, имеет в своём составе предприятия (филиалы) в трёх административных районах, каждое из которых выпускает пастеризованное молоко, кефир и сметану. Данные о производстве сырого молока в каждом районе фермерами, имеющими договорные связи с ЗАО «Галактика», об объёмах рынка каждого вида продукции¹ и о средней дальности перевозок представлены в табл. 3. Данные о нормах расхода сырого молока для производства каждого вида продукции, о производительности оборудования для фасовки продукции, времени его работы и о ценах её реализации приведены в задании к лабораторной работе №8. Избыток произведённого пастеризованного молока может быть реализован в г. Рязань, расположенном на расстоянии 100 км от Клепиковского района. Фермеры, имеющие договоры с ЗАО «Галактика», поставляют ему молочное сырьё по цене² 11 тыс. руб./т. Недостаток молочного сырья можно компенсировать за счёт приобретения его у производителей, не имеющих твёрдых договоров с ЗАО «Галактика», по цене 17 тыс. руб./т.

Определить оптимальный план размещения производства молочных продуктов по филиалам при условии, что в целях недопущения конкурентов на локальный рынок имеющийся спрос должен быть удовлетворён в полном объёме.

¹ Все объёмные данные приведены в расчёте на сутки.

² Цена у ворот перерабатывающего предприятия.

Показатели	Клепиковский район	Касимовский район	Шиловский район	Себестоимость перевозки 1 т продукции на 1-км, руб.
Производство молочного сырья, тыс. ц	5,5	11,2	11,3	60
Спрос на пастеризованное молоко, тыс. ц	4,5	10,0	7,8	45
Спрос на кефир, тыс. ц	1,0	2,3	1,9	45
Спрос на сметану, тыс. ц	0,4	0,6	0,5	50
Средняя дальность перевозки, км:				X
в Клепиковский район	–	80	×	
в Касимовский район	80	–	70	
в Шиловский район	×	70	–	

Методические указания по выполнению задания

Рекомендуемый набор переменных (без учёта изменений в соответствии с индивидуальным вариантом задания): объёмы производства молока, кефира и сметаны в каждом районе, т (9); объём поставок сырья по договорам в каждом регионе, т (3); объём поставок сырья сверх договоров в каждом регионе, т (3); межрайонные перевозки молочного сырья, т (4); межрайонные перевозки каждого вида продукции, т (12); реализация пастеризованного молока в Рязани, т (1).

Рекомендуемый набор ограничений: баланс молочного сырья в каждом районе, т (3); использование рабочего времени каждого вида оборудования в каждом районе, ч (6); баланс молочной продукции каждого вида в каждом районе, т (9).

Объёмы спроса на молочную продукцию каждого вида в каждом районе рекомендуется представить в форме свободных членов балансов молочной продукции.

При разработке экономико-математической модели не забудьте проверить корректность единиц измерения переменных и параметров ограничений и целевой функции.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- ♦ математическая запись экономико-математической модели с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ оптимальное решение (значения переменных) и оптимальное значение целевой функции;
- ♦ значения дополнительных переменных и двойственных оценок ограничений модели;
- ♦ план производства, перевозок и реализации сырья и продукции ЗАО «Галактика»;
- ♦ рекомендации по перспективам развития молочного производства ЗАО «Галактика», основанные на результатах решения экономико-математической модели.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — разделы 2.5, 3.1.

Варианты заданий (цифры в скобках – контрольное значение целевой функции в млн. руб.)

1. В Клепиковском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозка молочного сырья не предусматривается (**34,397**).
2. В Касимовском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Цена сметаны – 12 тыс. руб./ц. Перевозка кефира не предусматривается (**31,719**).
3. В Шиловском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Не предусматривается перевозка пастеризованного молока, кроме вывоза его из Клепиковского района в Рязань (**34,306**).
4. Линии по фасовке сметаны могут работать по 20 часов. Перевозка сметаны не предусматривается. В Клепиковском районе по договорам с фермерами может быть заготовлено 6,5 тыс. ц молочного сырья в сутки (**35,019**).

5. В Клепиковском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Цена кефира составляет 2,5 тыс.руб./ц, при этом его перевозка не предусматривается (**33,357**).
6. В Касимовском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Цена пастеризованного молока – 2,5 тыс. руб./ц. Перевозка пастеризованного молока, за исключением его доставки из Клепиковского района в Рязань, не предусматривается (**37,044**).
7. В Шиловском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Затраты на 1 т-км перевозки молочного сырья составляют 52 руб. Перевозки пастеризованного молока не предусматриваются (**33,172**).
8. Линии по фасовке сметаны могут работать по 17 часов. Перевозка пастеризованного молока не предусматривается, за исключением поставок из Клепиковского района в Рязань. Цена молока в Рязани составляет 2,0 тыс.руб./ц. (**33,158**).
9. В Клепиковском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозка молочного сырья не предусматривается. Затраты на перевозку сметаны составляют 57 руб./т-км). (**34,394**).
10. В Касимовском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Затраты молочного сырья на производство кефира составляют 0,9 т/т. Перевозка кефира не предусматривается (**34,606**).
11. В Шиловском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозки пастеризованного молока не предусматриваются, за исключением поставок из Клепиковского района в Рязань. В Шиловском районе молочное сырьё может закупаться только по договорам (**32,887**).
12. Линии по фасовке сметаны могут работать по 17 часов. Перевозка кефира не предусматривается. В Клепиковском районе сырое молоко может быть заготовлено только в договорных объёмах (**30,901**).
13. В Клепиковском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозка пастеризованного молока не предусматривается. Цена молочного сырья, приобретаемого сверх договоров, составляет 15 руб./кг в Касимовском районе и 12 руб./кг в остальных (**39,951**).
14. В Касимовском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозка молочного сырья не предусматривается из-за отсутствия специализированного транспорта. Максимальный суточный объём поставок пастеризованного молока в Рязань составляет 3 т (**33,292**).
15. В Шиловском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозки пастеризованного молока не предусматриваются, за исключением

Лабораторная работа №6. Транспортная задача

- поставок из Клепиковского района в Рязань. Суточный ресурс работы оборудования для фасовки молока и кефира составляет 20 ч (**33,714**).
16. Линии по фасовке сметаны могут работать по 19 часов. Перевозки молочного сырья и поставка пастеризованного молока в Рязань не предусматриваются. Все транспортные затраты снижаются на 10% по сравнению с базовым вариантом (**33,322**).
 17. В Клепиковском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Перевозка пастеризованного молока не предусматривается, за исключением поставок из Клепиковского района в Рязань. Максимальный суточный объём поставок пастеризованного молока в Рязань составляет 2,5 тыс. ц (**33,754**).
 18. В Касимовском районе имеются две линии по фасовке сметаны. Ресурс рабочего времени оборудования для фасовки сметаны составляет 17 ч в сутки. Перевозка кефира не предусматривается. Цена молочного сырья, приобретаемого сверх договоров, составляет 15 руб./кг в Клепиковском районе и 12 руб./кг в остальных (**42,110**).
 19. В Шиловском районе имеются две линии по фасовке сметаны. В Клепиковском районе отсутствует оборудование для фасовки молока и кефира, зато в Касимовском районе функционируют два комплекта такого оборудования. Перевозки пастеризованного молока не предусматриваются, кроме его доставки из Касимовского района в Клепиковский (**31,518**).
 20. Линии по фасовке сметаны могут работать по 20 часов. Перевозка сметаны не предусматривается. Все транспортные затраты возрастают на 50% (**33,094**).

Цель работы: овладеть практическими навыками формулирования транспортной задачи и её решения методом потенциалов.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором.

Задание

Составить и решить методом потенциалов задачу в соответствии с нижеследующими условиями и данными индивидуального варианта задания.

Топливо-энергетический комплекс региона включает пять шахт, где добывается бурый уголь, четыре теплоцентрали и две электростанции. Себестоимость добычи 1 т бурого угля на шахтах с первой по пятую составляет соответственно 2,4; 2,8; 3,4; 3,0; 2,9 тыс. руб. Затраты на 1 тонно-километр его перевозки железнодорожным транспортом – 35 руб., автомобильным – 65 руб. Расстояния приведены в табл. 4. Годовой объём добычи угля на каждой шахте и его потребления на теплоцентралях и электростанциях, а также сведения о наличии железнодорожной станции указаны в индивидуальных вариантах задания. Перевозка железнодорожным транспортом возможна только между объектами, расположенными рядом с железнодорожными станциями.

Определить оптимальный план перевозок бурого угля и затраты на обеспечение топливом теплоцентралей и электростанций.

Таблица 4
Расстояния между поставщиками и потребителями бурого угля, км

Шахты	Теплоцентрали				Электростанции	
	I	II	III	IV	I	II
I	12	155	204	244	342	109
II	185	75	174	214	312	282
III	185	80	19	59	157	202
IV	235	130	31	79	177	332
V	63	173	74	114	190	160

В случае избытка добывающих мощностей определить также оптимальный план добычи в предположении, что вывоз угля за пределы региона

нецелесообразен. В случае недостатка определить, какие теплоцентрали либо электростанции следует обеспечить углём, поставляемым из-за пределов региона по цене 6,2 тыс. руб./т.

Методические указания по выполнению задания

Задание можно выполнять с помощью микрокалькулятора, табличного процессора ПЭВМ или КПК либо самостоятельно разработанной программы, вычисляющей данные, необходимые для составления отчёта. Рекомендуется проверить результаты расчёта с помощью одного из программных средств для решения транспортной задачи, доступных в сети Internet.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- ♦ математическая запись транспортной задачи с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ оптимальное решение (значения переменных) и оптимальное значение целевой функции;
- ♦ доказательство оптимальности полученного решения.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — раздел 3.2.

Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. — 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2005. — раздел 2.2.6.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Варианты заданий

Таблица 5

Годовые объёмы добычи и потребления бурого угля, тыс. т.
(символом * отмечены предприятия, не имеющие доступа к железнодорожной станции)

Вариант	Добыча на шахтах					Потребление на теплоцентралях				Потребление на ГРЭС	
	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	I	II
1.	600	120	700	250*	410	100	80	120	150	1000	730
2.	760	400	320	230	250	130	60*	60*	120	1000	950
3.	220	220	1150	1110	230*	70*	80	90	150	1000	1080
4.	540	360	360	980	800	50	100	150	100*	1000	1360
5.	400	450*	360	660	700	60	60*	130	130	1110	900
6.	900	410	490	330	890	70*	130	70*	130	1260	1100
7.	300	420	700	250	410	100*	80*	120	150	900	1030
8.	940	360*	360	1080	800	50*	100	150	100	1500	1360
9.	1200	360	360	360	550	60	60*	140	130	1110	900
10.	660	400	530	130	250*	130	60	60	120*	1300	950
11.	730	330	300	860	700	100*	110	100	50*	1200	1200
12.	1000	460	350*	460	400	70	60*	140	130	1100	1000
13.	600	460	350	960	650	70*	60*	100	130	900	1250
14.	730	730	340	560	760	110	60	100	50*	1000	1400
15.	470*	400	650	300	410	100*	80	120	150	1000	1430
16.	330*	330	430	430	540*	80	70	80	70	850	730
17.	1200	300*	460	300	250	50	60*	140	130	1310	800
18.	450	250	580	440	400	120	70	50	100	950	800
19.	330*	330	430	630	590	110	70	80*	70	850	730
20.	960	300*	360	800	560	100	110	100	50*	1050	1200

Примечание. Если аудиторное время, выделенное на выполнение лабораторной работы, составляет 4 часа, значения в зачёркнутых клетках *используются* для формирования индивидуального варианта. Если объём аудиторной работы составляет 2 часа, значения в зачёркнутых клетках при формировании индивидуального варианта задания принимаются равными нулю. Уточните у преподавателя правила формирования варианта индивидуального задания.

Лабораторная работа №7. Динамическое программирование

Цель работы: овладеть практическими навыками формулирования задач поиска оптимального пути, их решения и анализа на основе принципа оптимальности Беллмана.

Приборы и материалы: линейка, карандаш; микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором.

Задание

- Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу отыскания наиболее дешёвого маршрута доставки груза из пункта А в пункт В при условиях, заданных индивидуальным вариантом задания.
- Решить задачу при тех же условиях и дополнительном условии обязательного посещения пункта С.
- Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу отыскания минимальной продолжительности выполнения проекта, начинающегося в момент А и завершающегося событием В, при условиях, заданных индивидуальным вариантом задания.

Методические указания по выполнению задания

Задание рекомендуется выполнять, пользуясь графическими изображениями систем допустимых маршрутов и выполняемых работ.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- ♦ граф, отображающий допустимые маршруты, с указанием минимальных затрат на достижение каждого пункта;
- ♦ оптимальный путь;
- ♦ минимальные затраты на доставку груза из пункта А в пункт В при условиях заданий 1 и 2;
- ♦ граф, отображающий последовательность работ, предусмотренную проектом, с указанием ранних сроков наступления каждого события;
- ♦ критический путь;
- ♦ минимальный срок выполнения проекта.

Если преподавателем не предписано иначе, отчёт предоставляется в электронном виде на дискете или с использованием средств компьютерных телекоммуникаций.

Литература

Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. – 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2005. — Глава 5.

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. *В.В. Федосеева*. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Раздел 3.5.

Варианты заданий

Таблица 6

Исходные данные индивидуальных вариантов заданий
лабораторной работы №7

Вариант для задания		Допустимые маршруты и затраты на перевозку, тыс. руб. (задания 1 и 2). Работы и продолжительность их выполнения, рабочих дней (задание 3).
№1 и 2	№3	
1	3	A→1: 4,0 ; A→2: 5,9 ; A→3: 3,1 ; A→4: 11,0 ; 1→10: 8,8 ; 1→4: 5,5 ; 2→4: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→C: 1,5 ; 3→6: 5,6 ; 4→7: 4,2 ; 4→8: 2,0 ; 5→7: 2,2 ; C→8: 5,0 ; C→B: 24,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 3,3 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 6,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 3,5
2	4	A→1: 8,0 ; A→2: 1,4 ; A→3: 4,2 ; A→4: 7,7 ; 1→10: 6,3 ; 1→4: 4,5 ; 2→4: 6,0 ; 2→5: 6,1 ; 3→5: 5,0 ; 3→6: 1,5 ; 3→C: 4,8 ; 4→7: 4,0 ; 4→10: 8,9 ; 5→7: 5,2 ; 6→8: 4,2 ; C→9: 5,0 ; C→11: 3,4 ; 7→8: 3,3 ; 8→10: 7,0 ; 8→11: 9,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 6,8 ; 10 → 11: 2,2 ; 11→B: 3,5
3	5	A→1: 3,1 ; A→3: 9,1 ; A→2: 1,5 ; 1→10: 8,8 ; 1→4: 5,5 ; 2→4: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→7: 1,5 ; 3→6: 5,6 ; 4→C: 4,2 ; 4→8: 6,3 ; 5→C: 2,2 ; 7→8: 2,0 ; 7→B: 14,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; C→8: 3,3 ; C→11: 2,0 ; 8→10: 7,0 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 6,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 3,5
4	6	A→1: 7,0 ; A→2: 5,9 ; A→3: 3,1 ; A→C: 11,0 ; 1→10: 8,8 ; 1→C: 5,5 ; 2→C: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→4: 1,5 ; 3→6: 8,8 ; C→7: 4,2 ; C→8: 2,0 ; 5→7: 2,2 ; 4→8: 5,0 ; 4→9: 2,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 8,0 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 4,9 ; 9→B: 3,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 9,5

Вариант для задания		Допустимые маршруты и затраты на перевозку, тыс. руб. (задания 1 и 2). Работы и продолжительность их выполнения, рабочих дней (задание 3).
№1 и 2	№3	
5	7	A→1: 5,0 ; A→2: 6,9 ; A→3: 4,1 ; A→4: 12,0 ; 1→10: 9,8 ; 1→4: 6,5 ; 2→4: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→C: 1,5 ; 3→6: 5,6 ; 4→10: 4,2 ; 4→8: 2,0 ; 5→7: 2,2 ; C→8: 5,0 ; C→B: 24,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 3,3 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 6,0 ; 9→B: 5,8 ; 10 → B: 7,9 ; 11→B: 2,5
6	8	A→1: 6,5 ; A→3: 4,2 ; 1→2: 1,4 ; A→4: 7,7 ; 1→10: 6,3 ; 1→4: 4,5 ; 2→4: 6,0 ; 2→5: 6,1 ; 3→5: 5,0 ; 3→6: 1,5 ; 3→C: 2,8 ; 4→7: 4,0 ; 4→10: 8,9 ; 5→7: 5,2 ; 6→8: 4,2 ; C→9: 5,0 ; C→11: 3,4 ; 7→8: 12,3 ; 8→10: 7,0 ; 8→11: 9,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 6,8 ; 10 → 11: 7,1 ; 11→B: 3,5
7	9	A→1: 13,0 ; A→3: 2,1 ; A→2: 1,5 ; 1→10: 8,8 ; 1→4: 5,5 ; 2→4: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→7: 1,5 ; 3→6: 5,6 ; 4→C: 4,2 ; 4→8: 6,3 ; 5→C: 2,2 ; 7→8: 2,0 ; 7→B: 4,9 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; C→8: 3,3 ; C→11: 5,4 ; 8→9: 7,0 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 3,3 ; 10 → B: 1,9 ; 11→B: 3,5
8	10	A→1: 3,0 ; A→2: 3,9 ; A→3: 6,1 ; A→C: 7,0 ; 1→10: 7,8 ; 1→C: 15,3 ; 2→C: 5,0 ; 2→5: 6,0 ; 3→5: 9,5 ; 3→4: 7,1 ; 3→6: 8,0 ; C→7: 1,2 ; C→8: 11,0 ; 5→7: 2,2 ; 4→8: 5,0 ; 4→9: 2,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 8,0 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 4,0 ; 9→11: 4,9 ; 9→B: 3,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 9,5
9	11	A→1: 7,0 ; A→2: 8,8 ; A→3: 6,0 ; A→4: 13,3 ; 1→9: 11,8 ; 1→4: 8,5 ; 2→4: 7,1 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 6,5 ; 3→C: 4,5 ; 3→6: 8,6 ; 4→7: 7,2 ; 4→8: 5,3 ; 5→7: 5,2 ; C→8: 7,9 ; C→B: 19,3 ; 6→9: 4,8 ; 6→11: 9,2 ; 7→8: 5,9 ; 8→10: 10,7 ; 8→11: 6,8 ; 9→11: 11,0 ; 9→B: 9,7 ; 10 → B: 11,8 ; 11→B: 6,0
10	12	A→1: 8,0 ; A→2: 6,0 ; A→4: 3,8 ; 1→10: 6,3 ; 1→4: 4,5 ; 2→3: 4,2 ; 2→4: 6,0 ; 2→5: 6,1 ; 3→5: 5,0 ; 3→6: 1,5 ; 3→C: 12,8 ; 4→7: 4,0 ; 4→10: 8,9 ; 5→C: 0,5 ; 5→7: 5,2 ; 6→8: 4,2 ; C→9: 2,2 ; C→11: 1,1 ; 7→8: 3,3 ; 8→10: 7,0 ; 8→11: 9,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 6,8 ; 10 → 11: 2,2 ; 11→B: 7,6
11	13	A→1: 2,1 ; A→3: 7,0 ; A→2: 1,5 ; 1→10: 6,8 ; 1→4: 4,5 ; 2→4: 3,0 ; 2→5: 3,5 ; 3→5: 3,5 ; 3→7: 1,0 ; 3→6: 5,0 ; 4→C: 0,2 ; 4→8: 3,3 ; 5→C: 1,2 ; 7→8: 1,9 ; 7→B: 22,4 ; 6→9: 4,8 ; 6→11: 5,0 ; C→8: 5,3 ; C→11: 1,2 ; 8→10: 6,0 ; 8→11: 3,0 ; 9→11: 6,9 ; 9→B: 5,8 ; 10 → B: 7,9 ; 11→B: 2,8

Вариант для задания		Допустимые маршруты и затраты на перевозку, тыс. руб. (задания 1 и 2). Работы и продолжительность их выполнения, рабочих дней (задание 3).
№1 и 2	№3	
12	14	A→1: 1,3 ; A→2: 6,9 ; A→3: 3,1 ; A→C: 5,6 ; 1→10: 6,1 ; 1→C: 5,5 ; 2→C: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 3,5 ; 3→4: 1,5 ; 3→6: 8,8 ; C→7: 4,2 ; C→8: 2,0 ; 5→7: 2,2 ; 4→9: 2,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 8,0 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 9,3 ; 9→11: 4,9 ; 9→B: 3,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 9,5
13	15	A→1: 4,5 ; A→2: 11,3 ; A→3: 3,5 ; A→4: 15,8 ; 1→9: 9,3 ; 1→4: 11,1 ; 2→4: 4,6 ; 2→5: 6,5 ; 3→5: 4,0 ; 3→C: 7,0 ; 3→6: 6,1 ; 4→7: 9,7 ; 4→8: 2,8 ; 5→7: 7,7 ; C→8: 5,4 ; C→B: 21,8 ; 6→9: 2,3 ; 6→11: 11,7 ; 7→8: 3,4 ; 8→10: 13,2 ; 8→11: 4,3 ; 9→11: 13,5 ; 9→B: 7,2 ; 10 → B: 14,3 ; 11→B: 3,5
14	16	A→1: 9,0 ; A→2: 5,0 ; A→4: 3,8 ; 1→10: 7,3 ; 1→4: 3,5 ; 2→3: 4,2 ; 2→4: 7,0 ; 2→5: 5,1 ; 3→5: 5,0 ; 3→6: 2,5 ; 3→C: 11,8 ; 4→7: 4,0 ; 4→10: 9,9 ; 5→C: 1,5 ; 5→7: 5,2 ; 6→8: 5,2 ; C→9: 1,2 ; C→11: 1,1 ; 7→8: 4,3 ; 8→10: 2,7 ; 8→11: 9,0 ; 9→11: 8,9 ; 9→B: 5,8 ; 10 → 11: 2,2 ; 11→B: 7,6
15	17	A→1: 7,1 ; A→3: 7,0 ; A→2: 6,5 ; 1→10: 6,8 ; 1→4: 9,5 ; 2→4: 3,0 ; 2→5: 8,5 ; 3→5: 3,5 ; 3→7: 6,0 ; 3→6: 5,0 ; 4→C: 5,2 ; 4→8: 3,3 ; 5→C: 1,2 ; 7→8: 6,9 ; 7→B: 20,0 ; 6→9: 9,8 ; 6→11: 5,0 ; C→8: 5,3 ; C→11: 7,2 ; 8→10: 6,0 ; 8→11: 8,1 ; 9→11: 6,9 ; 9→B: 10,5 ; 10 → B: 7,9 ; 11→B: 7,8
16	18	A→1: 4,3 ; A→2: 2,9 ; A→3: 3,1 ; A→C: 5,6 ; 1→10: 8,1 ; 1→C: 3,5 ; 2→C: 4,0 ; 2→5: 4,0 ; 3→5: 5,5 ; 3→4: 1,5 ; 3→6: 6,8 ; C→7: 4,2 ; C→8: 4,0 ; 5→7: 1,0 ; 4→9: 2,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 4,0 ; 7→8: 10,0 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 9,3 ; 9→11: 6,6 ; 9→B: 1,8 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 4,4
17	19	A→1: 4,5 ; A→2: 11,3 ; A→3: 3,5 ; A→4: 15,8 ; 1→9: 9,3 ; 1→4: 11,1 ; 2→4: 4,6 ; 2→5: 6,5 ; 3→5: 4,0 ; 3→C: 7,0 ; 3→6: 6,1 ; 4→7: 9,7 ; 4→8: 2,8 ; 5→7: 7,7 ; C→8: 5,4 ; C→B: 21,8 ; 6→9: 2,3 ; 6→11: 11,7 ; 7→8: 3,4 ; 8→10: 13,2 ; 8→11: 4,3 ; 9→11: 13,5 ; 9→B: 7,2 ; 10 → B: 14,3 ; 11→B: 3,5
18	20	A→1: 5,0 ; A→2: 1,4 ; A→3: 4,2 ; A→4: 4,7 ; 1→10: 6,3 ; 1→4: 4,5 ; 2→4: 3,4 ; 2→5: 6,1 ; 3→5: 5,0 ; 3→6: 8,5 ; 5→C: 4,8 ; 4→7: 4,0 ; 4→10: 5,9 ; 5→7: 5,2 ; 6→8: 4,2 ; C→9: 2,3 ; C→11: 3,4 ; 7→8: 3,3 ; 8→10: 4,0 ; 8→11: 9,0 ; 9→11: 7,9 ; 9→B: 3,8 ; 10 → 11: 2,2 ; 11→B: 3,9

Вариант для задания		Допустимые маршруты и затраты на перевозку, тыс. руб. (задания 1 и 2). Работы и продолжительность их выполнения, рабочих дней (задание 3).
№1 и 2	№3	
19	1	A→1: 2,0 ; A→3: 8,0 ; A→2: 0,4 ; 1→10: 8,8 ; 1→4: 5,5 ; 2→4: 4,0 ; 2→5: 2,9 ; 3→5: 2,4 ; 3→7: 1,5 ; 3→6: 5,6 ; 4→C: 5,3 ; 4→8: 7,4 ; 5→C: 3,3 ; 7→8: 2,0 ; 7→B: 14,4 ; 6→9: 2,9 ; 6→11: 7,1 ; C→8: 4,3 ; C→11: 2,0 ; 8→10: 7,0 ; 8→11: 5,1 ; 9→11: 9,0 ; 9→B: 7,9 ; 10 → B: 8,9 ; 11→B: 2,4
20	2	A→1: 8,9 ; A→2: 12,9 ; A→3: 5,1 ; A→C: 11,0 ; 1→10: 8,8 ; 1→C: 5,5 ; 2→C: 4,0 ; 2→4: 2,9 ; 3→5: 6,5 ; 3→4: 1,5 ; 3→6: 8,8 ; C→7: 4,2 ; C→8: 2,0 ; 5→7: 2,2 ; 4→8: 5,0 ; 4→9: 2,4 ; 6→9: 1,8 ; 6→11: 6,0 ; 7→8: 8,0 ; 8→10: 7,7 ; 8→11: 4,0 ; 9→10: 14,9 ; 9→B: 3,8 ; 10 → B: 3,9 ; 11→B: 4,5

Лабораторная работа №8. Нелинейное программирование: отражение эффекта масштаба и ценовых эффектов на олигопольных рынках

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач математического программирования градиентными методами с использованием прикладных программ.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором Microsoft Excel с установленной надстройкой «Поиск решения».

Задание

- Составить и решить задачу математического программирования (с учётом изменений, предусмотренных индивидуальным вариантом задания), предназначенную для составления оптимальной производственной программы ассоциации молокоперерабатывающих предприятий при следующих условиях.
 - ♦ Ассортимент выпускаемой продукции включает пастеризованное молоко, кефир и сметану, а также дополнительную продукцию согласно индивидуальному варианту задания.
 - ♦ Затраты сырого молока при объёме выпуска 100 т в сутки составляют: на пастеризованное молоко – 1,01 кг/кг; на кефир – 1,01 кг/кг; на сметану – 9,45 кг/кг. Затраты сырья зависят от объёмов производства. Эластичность затрат сырья по объёмам продаж постоянна и указана в индивидуальном варианте задания.
 - ♦ Поставщики в состоянии поставить не более 1,4 тыс. т молока в сутки.
 - ♦ Фасовка молока и кефира осуществляется на автоматизированных линиях общей производительностью 50 т молока или 60 т кефира в час. В течение суток оборудование может эксплуатироваться не более 21 часа.
 - ♦ Фасовка сметаны осуществляется на автоматизированных линиях производительностью 3 т сметаны в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 18 часов.
 - ♦ Оптовая цена продажи при объёме реализации 100 т в сутки: пастеризованного молока – 2,4, кефира – 2,7, сметаны – 13,8 тыс. руб./ц. Цена зависит от объёма продажи. Эластичность цены по объёмам продаж постоянна и указана в индивидуальном варианте задания.

- ♦ Минимальный суточный объём выпуска продукции каждого вида соответствует количеству, фасуемому на соответствующем оборудовании в течение получаса.

- ♦ План должен обеспечивать максимальную *выручку* от реализации молочной продукции (контракт на поставку молока уже оплачен).

2. С помощью составленной задачи определить:

- ♦ удельные затраты сырого молока на производство каждого вида продукции согласно оптимальному плану;
- ♦ оптовые цены, соответствующие оптимальному плану;
- ♦ предельную цену приобретения сырого молока.

3. Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Решать задачу рекомендуется с помощью средства «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel. Рекомендуемые параметры для процедуры поиска решения: относительная погрешность – $1e-9$, допустимое отклонение – 0,005%, сходимость – $1e-9$. Переключатели «Неотрицательные переменные» и «Автоматическое масштабирование» включить. Установить: оценки – линейные, разности – прямые, метод поиска – Ньютона.

При аварийной остановке вычислительного процесса, обусловленной присвоением некоторой переменной нулевого или отрицательного значения, следует вручную присвоить данной переменной любое положительное значение, после чего возобновить поиск решения.

При получении сообщения «Решение найдено» следует проконтролировать выполнение ограничений.

Чтобы быть уверенным в обнаружении оптимального решения, необходимо получить не менее трёх его вариантов, пользуясь разными начальными значениями переменных задачи. Если различия между значениями переменных и (или) целевой функции превышают 0.1%, следует повторить решение, уменьшив значения параметров «относительная погрешность» и «сходимость» процедуры поиска решения.

Для ответа на вопросы задания 2 необходимо воспользоваться расчётными формулами, описывающими зависимости цен продукции от объёмов её реализации и потребности в сырье от объёмов выпуска продукции, а также значением множителя Лагранжа по балансу молочного сырья. Значения множителей Лагранжа отображаются в отчёте «Устойчивость». Для создания

этого отчёта следует при сохранении найденного оптимального решения в диалоговом окне «Результаты поиска решения» выбрать тип отчёта «Устойчивость».

Требования к отчёту

В отчёте следует привести:

- ♦ математическую запись задачи математического программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- ♦ оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана;
- ♦ значения множителей Лагранжа, соответствующих ограничениям модели;
- ♦ обоснованные ответы на вопросы задания 2 с указанием формул, использованных для расчётов.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Шелобаев С.И. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Раздел 4.1.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., Светлова Г.Н. Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Варианты заданий

Таблица 7

Исходные данные индивидуальных вариантов заданий лабораторной работы №8

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объёма реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объёмам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объёмам продаж
---------	--	---	---

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объема реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж
1.	Кефир фруктовый. Цена — 1180 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,87 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	-0,034 -0,062 -0,022 -0,047	-0,014 -0,012 -0,012 -0,017
2.	Творог. Цена — 5200 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 8 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	-0,046 -0,042 -0,062 -0,057	-0,010 -0,022 -0,020 -0,011
3.	Йогурт. Цена — 2200 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,9 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2 т/ч.	-0,033 -0,034 -0,060 -0,051	-0,020 -0,012 -0,019 -0,014
4.	Творожные сырки. Цена — 7200 руб./ц. Затраты сырого молока — 15 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2 т/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.	-0,024 -0,042 -0,012 -0,037	-0,014 -0,017 -0,012 -0,016
5.	Кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,3 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	-0,034 -0,032 -0,032 -0,037	-0,009 -0,007 -0,012 -0,006

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объема реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж
6.	Творог. Цена — 5500 руб./ц. Затраты сырого молока — 18 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 3 т/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.	-0,084 -0,060 -0,042 -0,027	-0,012 -0,014 -0,017 -0,012
7.	Йогурт. Цена — 2000 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,8 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2 т/ч.	-0,080 -0,056 -0,042 -0,077	-0,009 -0,014 -0,010 -0,012
8.	Творожные сырки. Цена — 7800 руб./ц. Затраты сырого молока — 14 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	-0,034 -0,022 -0,022 -0,027	-0,017 -0,012 -0,011 -0,010
9.	Кефир обезжиренный. Цена — 790 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,31 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	-0,034 -0,042 -0,038 -0,029	-0,019 -0,022 -0,015 -0,010
10.	Творог. Цена — 5300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 4 т/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.	-0,040 -0,042 -0,036 -0,051	-0,010 -0,015 -0,022 -0,018

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объема реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж
11.	Йогурт. Цена — 2500 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,85 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 1,5 т/ч.	-0,062 -0,062 -0,022 -0,047	-0,014 -0,012 -0,015 -0,017
12.	Творожные сырки. Цена — 7500 руб./ц. Затраты сырого молока — 16 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2,5 т/ч. Оборудование может работать не более 19 ч./сут.	-0,046 -0,042 -0,062 -0,057	-0,010 -0,022 -0,020 -0,011
13.	Кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,27 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 55 т/ч.	-0,033 -0,024 -0,060 -0,051	-0,020 -0,022 -0,019 -0,014
14.	Творог. Цена — 5400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 3,5 т/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.	-0,024 -0,042 -0,033 -0,037	-0,014 -0,017 -0,019 -0,016
15.	Йогурт. Цена — 2750 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2,5 т/ч.	-0,034 -0,032 -0,052 -0,037	-0,009 -0,007 -0,013 -0,006

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объема реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж
16.	Творожные сырки. Цена — 7700 руб./ц. Затраты сырого молока — 19 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2 т/ч. Оборудование может работать не более 20 ч./сут.	-0,084 -0,067 -0,042 -0,027	-0,012 -0,010 -0,017 -0,012
17.	Кефир фруктовый. Цена — 1080 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,57 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 55 т/ч.	-0,080 -0,056 -0,042 -0,070	-0,016 -0,014 -0,010 -0,012
18.	Творог с изюмом. Цена за вычетом расходов на приобретение, промывку и просушку изюма — 6400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 1,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	-0,034 -0,022 -0,035 -0,027	-0,017 -0,012 -0,016 -0,010
19.	Молочный коктейль. Цена — 2050 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц, сахара — 4 кг/ц независимо от объема производства. Суточный ресурс сахара составляет 6 т. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5 т/ч.	-0,034 -0,042 -0,048 -0,029	-0,019 -0,012 -0,015 -0,010

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объема реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объемам продаж
20.	Творожные сырки. Цена — 7300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17,5 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных продуктов — 1,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	<p>–0,040</p> <p>–0,042</p> <p>–0,096</p> <p>–0,051</p>	<p>–0,010</p> <p>–0,015</p> <p>–0,009</p> <p>–0,018</p>

Лабораторная работа №9. Оценивание параметров функции Торнквиста

Цель работы: овладеть практическими приемами эконометрического моделирования в маркетинговых приложениях, усвоить недостатки статистических методов оценивания ненаблюдаемых параметров, выработать критическое отношение к ним, получить представление о величине возможных статистических ошибок при применении распространённых приёмов эконометрического моделирования.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором. Желательно наличие специализированного пакета прикладных программ для статистического анализа (SPSS, Statistica)

Задание

1. Выполнить статистическое оценивание параметра c функции Торнквиста на товары второй необходимости, преобразованной к линейной форме, по имеющимся данным о величинах дохода и спроса на некоторый товар, определив порог возникновения и уровень насыщения спроса на основе имеющихся эмпирических данных (табл. 8).
2. Выполнить статистическое оценивание всех параметров функции Торнквиста методом наименьших квадратов без преобразования её к линейной форме¹.
3. Сделать заключение о существенности модели (по результатам F -теста) и о существенности отличия от нуля её параметров, оценённых при выполнении двух предыдущих заданий (по результатам t -теста).
4. Определить эластичность спроса по доходу для медианного и максимального уровней дохода в анализируемой совокупности. Расчёты выполнить по результатам оценивания параметров и по данным об их действительных значениях. Сравнить полученные результаты. Дать заключение о степени доверия результатам статистического оценивания.

¹ Выполняется только при использовании в учебном процессе специализированного пакета прикладных программ для статистического анализа.

Методические указания по выполнению задания

Функция Торнквиста для товаров второй необходимости является эмпирической спецификацией теоретической зависимости спроса на продукты от дохода потребителя. Эта спецификация распространяется на продукты, которые не являются жизненно необходимыми, но способны при конечном уровне потребления полностью удовлетворить соответствующую потребность. Она задаётся соотношением $y = \frac{a(x-b)}{x+c}$, где y — спрос на данный товар (кг в год); x — доход (тыс.руб. в год); a — уровень насыщения спроса (кг в год); b — доход, при котором возникает спрос (тыс.руб. в год); c — параметр, определяющий эластичность спроса по доходу при заданных a и b (тыс.руб. в год). Чем больше значение c , тем выше эластичность спроса по доходу.

Чтобы сократить число параметров, оцениваемых статистически, и преодолеть трудности, возникающие при оценивании всех трёх параметров модели (во многих случаях оценки оказываются неустойчивыми), границу возникновения спроса и уровень насыщения часто определяют экзогенно (то есть без обращения к эмпирической модели). При этом ориентируются на минимальный уровень дохода, при котором возникает спрос на данный продукт, и на максимальный уровень спроса на данный продукт, предъявляемый одним потребителем по результатам имеющихся наблюдений.

К заданию 1

Это задание может быть выполнено средствами табличного процессора Microsoft Office Excel.

Граница возникновения спроса может быть определена на основе эмпирических данных. В простейшем случае в качестве этой границы (а значит, величины параметра b) можно принять среднюю арифметическую между максимальным доходом, при котором спрос на исследуемый товар отсутствует, и минимальным доходом, при котором он имеется. При этом не имеет значения, какая из этих двух величин больше.

В качестве уровня насыщения (значения параметра a) рекомендуется принять наибольшее значение спроса среди наблюдаемых.

Зная величины a и b , функцию Торнквиста можно преобразовать к линейной зависимости, связывающей две переменные z и y , причём переменную z можно рассчитать, пользуясь имеющимися данными о спросе и дохо-

де. Умножив левую и правую стороны уравнения $y = \frac{a(x-b)}{x+c}$ на величину $x+c$, собрав члены, содержащие оцениваемый параметр c , в правой части уравнения и приведя подобные члены, получим простейшее уравнение линейной однофакторной регрессии вида $z = cy$, где y — спрос (кг в год); z — рассчитываемая на основе эмпирических данных величина $a \cdot x - x \cdot y - a \cdot b$ (тыс.руб./кг)¹.

Параметр α полученного уравнения может быть оценён с помощью метода наименьших квадратов, что позволяет определить неизвестный параметр c функции Торнквиста для товаров второй необходимости. Но величина z неизбежно, в силу метода её расчёта, распределена асимметрично, что приводит к смещённой оценке параметра α . В процессе оценивания мы увидим, насколько значительным оказывается отклонение оценки параметра от его действительного значения. При использовании процедуры анализа данных «Регрессия» в Microsoft Office Excel следует установить флажок **Константа – ноль**, обозначающий, что оценивается параметр уравнения вида $z = cy$, а не $z = \alpha + cy$.

Действительное значение параметра c в данном случае известно благодаря тому, что совокупности данных, по которым выполняется оценивание, сформированы искусственно. При практических расчётах по оцениванию параметров функции Торнквиста действительные значения никогда не бывают известны.

Для ввода данных о спросе и доходе, приведённых в индивидуальных вариантах задания, целесообразно пользоваться электронным вариантом данного издания, размещённым по адресам <http://nsvetlov.narod.ru/umk6/lr-emm.doc> и <http://svetlov.timacad.ru/lr-emm.doc>.

К заданию 2

Это задание требует использования специализированных прикладных программ статистического анализа.

При выполнении второго задания все три параметра функции Торнквиста для товаров второй необходимости оцениваются методом наименьших квадратов с использованием нелинейных процедур отыскания минимума

¹ Наблюдения, которым соответствует нулевой спрос, следует исключать из совокупности данных перед расчётом величины z .

суммы квадратов отклонений воспроизведённых значений спроса от эмпирических.

При использовании программы Statistica 6.0 следует скопировать данные на её рабочий лист, дать команду **Statistics** → **Advanced Linear/Nonlinear Models** → **Nonlinear Estimation** → **Function to be estimated** и в появившемся диалоговом окне ввести оцениваемую функцию:

$$\text{var1} = a * (\text{var2} - b) / (\text{var2} + c)$$

Нажав псевдокнопку **OK**, установить в следующем диалоговом окне предельное число итераций метода Левенберга-Марквардта равным 500. Снова нажать **OK**. В появившемся диалоговом окне **Results** (последняя строка текстового поля) отображаются значения коэффициента детерминации уравнения связи и коэффициента множественной корреляции. Значения оцениваемых параметров и результаты t -теста можно отобразить, нажав псевдокнопку **Summary: Parameter estimates**.

При использовании других программных средств необходимые методические указания по их использованию предоставляет преподаватель.

Качество оценивания параметров при данном подходе значительно выше по сравнению с подходом, применённым при выполнении задания 1.

К заданию 3

Заключение о существенности модели и о существенности отличия её параметров от нуля рекомендуется делать, предполагая уровень значимости равным 0,05.

Для модели это заключение делается по результатам F -теста путём сравнения критического (для уровня значимости 0,05) и эмпирического значений величины F отношения воспроизведённой дисперсии эндогенной (зависимой) переменной к остаточной дисперсии.

Для параметров заключение делается по результатам t -теста путём сравнения критического (для уровня значимости 0,05) и эмпирического значений величины t , представляющей собой значение параметра, делённое на его среднюю ошибку.

К заданию 4

Формула для расчёта эластичности спроса по доходу имеет следующий

$$\text{вид: } e_{y/x} = \frac{x(b+c)}{(x-b)(x+c)}.$$

Требования к отчёту

В отчёте приводятся математические записи функции $z = \alpha y$ и функции Торнквиста в числовой форме с указанием оценённых числовых значений параметров; результаты статистических тестов существенности модели и её параметров для уровня значимости 0,05 с указанием порогового значения уровня значимости, при котором заключение относительно гипотез о существенности модели (параметров) меняется на противоположное; формулы для расчёта эластичностей спроса по доходу с подставленными в них числовыми значениями оценок параметров согласно заданиям 1 и 2, а также действительными значениями параметров; эластичности, рассчитанные по результатам задания 1, задания 2 и по действительным значениям параметров; заключение о достоверности эластичностей, определённых на основе полученных оценок.

Если преподавателем не предписано иначе, отчёт предоставляется в электронном виде на дискете или с использованием средств компьютерных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Глава 4.

Эконометрика: начальный курс: Учебник. 8-е издание // Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. М.: Дело, 2007.

Варианты заданий

Исходные данные для оценивания параметров функции Торнквиста приведены в табл. 8. При этом для формирования задания вариантов 8...14 доход и действительные значения параметров b и c увеличиваются на 20% по сравнению с заданными, а действительные значения параметра a — уменьшаются на 20%. Для формирования вариантов 15...20 доход и действительные значения параметров b и c увеличиваются на 40% по сравнению с заданными, а действительные значения параметра a — уменьшаются на 40%.

Таблица 8

Данные о спросе и доходе

Варианты 1, 8, 15		Варианты 2, 9, 16		Варианты 3, 10, 17		Варианты 4, 11, 18		Варианты 5, 12, 19		Варианты 6, 13, 20		Варианты 7, 14	
Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)
34,25	264,31	—	24,32	35,97	56,18	40,34	75,70	49,58	156,35	88,25	224,06	51,13	167,21
40,34	291,44	39,87	47,32	9,56	31,94	33,20	102,86	40,83	104,81	12,65	82,88	43,58	173,20
44,58	217,92	55,67	96,23	15,06	51,73	33,21	78,83	32,06	75,76	83,25	225,00	0,18	82,57
27,83	237,72	42,26	74,00	34,58	61,63	31,46	109,51	31,42	88,63	8,09	73,27	—	51,89
25,24	232,43	72,83	111,08	40,65	70,62	34,92	117,98	48,63	180,11	97,12	256,02	22,71	105,97
3,26	101,37	47,75	58,71	31,58	81,46	29,63	78,92	21,82	88,29	69,35	164,49	39,18	150,77
23,26	187,86	56,09	92,62	32,56	55,60	44,74	111,15	30,99	89,98	67,46	186,03	43,64	141,27
18,22	141,14	45,17	69,75	48,63	94,91	24,05	62,21	55,28	151,22	19,07	88,14	42,13	168,21
28,66	240,26	10,33	40,69	9,31	39,50	57,41	131,53	20,64	66,83	85,28	196,14	55,56	235,37
37,99	190,82	—	13,82	35,11	95,99	20,53	81,93	33,18	121,16	72,65	173,95	55,34	211,78
25,33	266,44	44,24	62,91	55,66	111,32	28,73	76,14	35,01	81,90	45,12	111,15	57,42	218,83
23,75	131,22	24,17	45,34	25,03	56,78	17,34	81,49	41,25	111,21	87,97	268,91	53,13	203,79
43,10	280,28	—	27,63	31,81	76,30	43,35	137,18	28,32	125,37	104,15	270,37	34,36	128,62
14,14	137,79	30,70	47,24	41,63	101,67	—	23,16	56,14	159,70	99,30	275,61	37,49	122,76
40,35	331,85	21,21	42,68	25,56	58,25	44,55	182,50	36,10	135,90	70,97	195,36	49,97	156,90
36,52	172,89	52,80	69,61	36,20	61,60	33,76	92,53	9,02	61,43	32,37	92,01	53,41	220,94
34,06	269,34	10,13	34,15	50,51	89,87	30,60	70,83	39,75	95,74	43,25	111,45	71,51	252,69
31,71	284,22	29,37	57,88	—	20,61	27,83	59,84	2,15	49,88	—	27,43	57,09	188,06
34,33	241,41	44,70	66,03	19,97	43,81	47,36	138,57	50,71	146,98	74,46	166,46	65,97	241,06
8,54	125,23	44,39	53,05	32,09	72,20	28,74	62,57	—	40,97	79,94	204,95	48,65	122,96
41,71	287,80	26,14	45,45	39,18	111,97	17,20	66,49	54,45	136,39	83,19	263,68	58,13	179,31
35,78	228,15	—	8,23	37,00	58,19	40,23	135,24	32,11	102,55	84,40	224,46	60,97	199,26
32,85	315,47	53,98	72,89	27,25	57,50	31,51	97,35	31,63	100,05	55,56	140,07	—	48,30
33,00	283,63	66,23	92,12	32,28	63,27	—	12,32	55,96	158,87	37,33	97,47	38,84	127,65
20,42	205,26	—	16,58	44,31	99,92	33,72	89,48	37,13	115,34	49,52	139,00	36,91	144,15
33,90	207,08	67,28	97,10	34,66	107,24	27,02	90,96	16,19	54,75	77,24	174,46	—	53,64
31,64	217,37	46,91	72,39	25,22	62,20	30,10	90,44	34,05	89,00	62,96	148,59	33,65	118,32
31,63	324,63	45,37	76,65	34,90	79,80	31,45	74,70	27,61	107,55	72,01	179,13	31,92	107,90
35,69	268,43	45,46	85,51	44,45	113,40	31,07	98,38	—	46,92	68,18	167,96	31,67	128,10
27,71	215,27	39,77	44,83	39,10	92,56	33,24	99,14	40,59	93,01	87,58	269,82	40,88	121,69
27,02	178,95	54,88	80,65	42,33	118,17	33,93	88,26	48,31	147,18	58,38	143,69	51,74	150,05
41,91	303,92	54,30	77,43	33,82	61,11	38,46	96,33	17,34	60,68	24,93	94,08	31,85	132,10
20,97	297,15	50,26	68,16	39,90	62,07	19,18	86,07	27,82	90,79	90,50	226,45	47,32	172,13
29,37	197,63	64,67	74,59	12,01	40,59	52,85	105,75	37,59	105,16	—	23,92	44,97	128,27
30,45	203,21	—	32,24	39,21	112,85	44,42	106,12	29,65	89,41	—	50,67	57,95	182,95
—	80,06	61,06	95,83	10,75	34,91	47,69	100,76	9,90	45,12	80,43	171,66	53,99	191,93
15,97	209,17	22,19	42,29	—	19,91	33,80	144,63	36,68	108,34	52,92	143,13	46,50	150,07

Варианты 1, 8, 15		Варианты 2, 9, 16		Варианты 3, 10, 17		Варианты 4, 11, 18		Варианты 5, 12, 19		Варианты 6, 13, 20		Варианты 7, 14	
Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)	Спрос (кр)	Доход (тыс. руб.)
21,44	208,11	55,93	109,36	27,65	51,35	35,74	102,68	—	36,67	60,35	152,22	34,88	115,43
21,14	258,4	49,58	63,21	38,84	60,47	18,74	81,72	42,57	93,72	73,58	170,33	52,53	192,44
42,52	252,72	53,29	85,04	31,18	75,66	36,17	145,78	20,94	63,33	84,72	225,11	56,55	163,63
54,76	365,78	64,95	77,73	41,20	122,02	23,07	55,72	40,76	113,79	77,63	179,17	52,45	179,04
22,51	206,81	29,77	52,43	40,09	72,03	42,11	115,18	25,19	66,16	80,18	243,12	16,43	81,29
43,70	256,99	35,35	60,56	22,86	72,72	—	11,26	43,04	89,16	91,68	280,82	71,68	279,33
27,49	262,65	44,76	63,14	32,67	90,76	38,14	123,11	19,87	60,94	26,08	104,51	30,02	120,22
18,03	160,93	32,19	55,95	34,13	98,49	11,02	50,20	7,29	51,36	68,66	162,55	46,75	176,31
12,97	100,75	39,49	46,72	22,67	56,93	35,66	80,96	26,52	88,24	27,68	86,16	63,02	219,33
26,27	214,43	65,85	102,29	40,35	72,91	43,90	125,10	30,88	98,46	55,64	122,4	61,18	216,46
27,90	218,25	72,47	120,47	14,29	49,66	32,03	153,36	36,08	92,24	72,16	159,77	42,70	137,55
26,70	205,02	32,77	52,88	35,01	64,3	—	40,23	33,47	123,81	52,26	113,17	49,47	162,15
28,68	203,26	56,04	81,81	—	14,05	—	38,31	25,03	71,25	86,48	180,04	41,33	163,83
Действительные значения параметров функции Торнквиста													
$a=50$	$a=100$	$a=55$	$a=66$	$a=80$	$a=130$	$a=90$							
$b=80$	$b=30$	$b=30$	$b=40$	$b=42$	$b=70$	$b=75$							
$c=10$	$c=10$	$c=-5$	$c=15$	$c=30$	$c=15$	$c=0$							

Лабораторная работа №10. Микроэкономический анализ технологической эффективности фирмы

Цель работы: приобрести навыки оценивания технологической эффективности фирм с помощью метода оболочки данных (DEA).

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

1. Определить технологическую эффективность консалтинговых фирм, оказывающих услуги по юридическим консультациям и реинжинирингу бизнес-процессов, пользуясь исходными данными об объёме оказываемых ими услуг каждого вида, а также численности юристов и экономистов, приведёнными в индивидуальных вариантах задания.
2. Проверить гипотезу о влиянии размера фирмы на технологическую эффективность.
3. Проверить гипотезу о влиянии доли юристов в штате фирмы на технологическую эффективность.

Методические указания по выполнению задания

Технологическая эффективность должна быть определена для всех фирм совокупности, соответствующей индивидуальному варианту задания.

Если преподавателем не предписано иначе, студенты вправе реализовать любой из известных им вариантов DEA-модели: предусматривающий максимизацию выпуска либо минимизацию расходования ресурсов, с постоянным или переменным эффектом масштаба. Студент должен использовать для выполнения лабораторной работы программное обеспечение линейного программирования. Применение специализированных программных средств, реализующих метод оболочки данных, допускается только в целях проверки полученных результатов и является основанием для повышения рейтинговой оценки выполнения лабораторной работы.

В индивидуальных вариантах заданий переменная y_1 соответствует доходу от оказания юридических услуг (тыс. руб.); y_2 — доходу от услуг по ре-

инжинирингу (тыс. руб.); x_1 — численности юристов в штате фирмы (чел.); x_2 — численности экономистов в штате фирмы (чел.).

Для ввода данных о моделируемых фирмах, приведённых в индивидуальных вариантах задания, целесообразно пользоваться электронным вариантом данного издания, размещённым по адресам <http://nsvetlov.narod.ru/umk6/lr-emm.doc> и <http://svetlov.timacad.ru/lr-emm.doc>.

Гипотеза о влиянии размера фирмы на технологическую эффективность проверяется путём тестирования значимости ранговой корреляции между общей численностью занятых на фирме (аппроксиматор размера) и технологической эффективностью. Если гипотеза о равенстве коэффициента корреляции по Спирмену нулю не отвергается, нет оснований считать размер фирмы существенным фактором её технологической эффективности. Уровень значимости принять равным 0,05.

Использование коэффициентов корреляции рангов, а не линейной корреляции, обусловлено двумя причинами: во-первых, значения технологической эффективности фирм не подчиняются нормальному закону распределения; во-вторых, связь между размером и технологической эффективностью не обязательно линейная.

Если программное обеспечение, анализирующее корреляцию рангов, не доступно студентам, можно воспользоваться функциями табличного процессора `Spearman(вектор1; вектор2)`, вычисляющей коэффициент корреляции рангов по Спирмену между интервалами ячеек, которым присвоены имена `вектор1` и `вектор2`, и `SpearmanP(коэффициент; СЧЁТ(вектор1))`, вычисляющей пороговое значение уровня значимости, при котором заключение по гипотезе о равенстве коэффициента корреляции рангов нулю меняется на противоположное. Здесь `коэффициент` — имя ячейки, содержащей коэффициент ранговой корреляции по Спирмену. Чтобы воспользоваться этими функциями, в Excel 2007 следует дать команду **Разработчик** → **Visual Basic**, открыть окно модуля `Module1` (если оно не было открыто ранее) и поместить в это окно программный код, необходимый для работы данных функций, приведённый в *приложении* к настоящему методи-

ческим указаниям¹. При этом параметры безопасности Excel должны быть настроены таким образом, чтобы обеспечить средний уровень безопасности.

Гипотеза о влиянии доли юристов в штате на технологическую эффективность проверяется путём тестирования значимости ранговой корреляции между долей юристов в штате фирмы и технологической эффективностью. Если гипотеза о равенстве коэффициента корреляции по Спирмену нулю не отвергается, нет оснований считать долю юристов в штате фирмы существенным фактором её технологической эффективности. Уровень значимости принять равным 0,05.

Требования к отчёту

В отчёте приводятся математическая формулировка использованной модели, значения технологической эффективности каждой фирмы, обоснованные расчётами заключения относительно гипотез, проверка которых предусматривается заданиями 1 и 2.

Если преподавателем не предписано иначе, отчёт предоставляется в электронном виде на дискете или с использованием средств компьютерных телекоммуникаций.

Литература

Data envelopment analysis: theory, methodology and application / Edited by A. Charnes. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1994.

Светлов Н.М. Альбом наглядных пособий по курсу «Экономико-математическое моделирование». М.: ФГОУ ВПО РГАУ–МСХА имени К.А. Тимирязева, 2009. — Тема 11.

Варианты заданий

Будьте внимательны! Убедитесь, что анализируемый вами ряд данных содержит 25 наблюдений, как предусмотрено заданием.

¹ Рекомендуется скопировать его при помощи буфера обмена из электронного варианта настоящих методических указаний (см. методические указания к предыдущему пункту задания).

В более ранних версиях Excel для использования данных функций вместо команды **Разработчик** → **Visual Basic** следует дать команду **Сервис** → **Макросы** → **Редактор Visual Basic**.

Вариант 1			
y_1	y_2	x_1	x_2
2759	1433	28	19
5425	347	53	17
4547	751	45	18
2296	1687	23	20
4288	1567	43	24
3962	2011	39	27
3976	455	40	14
4640	1232	47	22
2613	533	27	11
4038	937	41	18
2765	598	28	12
4756	1074	48	21
4252	1308	42	22
3942	1299	39	21
4036	574	41	15
3957	695	40	16
4405	350	45	14
5418	1324	53	25
4202	1235	42	21
3569	1168	36	19
1547	2256	15	23
4372	948	44	19
4002	573	40	15
2803	1425	28	19
2410	3037	22	32

Вариант 2			
y_1	y_2	x_1	x_2
1351	2322	13	23
1058	2168	11	21
1343	793	15	10
965	2311	10	22
1449	1469	15	16
1095	1354	12	14
553	1827	5	17
1242	581	14	8
906	2550	8	24
1199	2240	12	22
830	1888	8	18
1251	2474	12	24
839	1559	10	15
1803	1468	18	17
1090	2153	11	21
1585	2585	15	26
1221	933	13	11
1350	2929	13	28
1020	1360	11	14
910	1762	10	17
788	1801	9	17
1132	2035	11	20
1021	2293	10	22
1559	2013	15	21
1125	2873	11	27

Вариант 3			
y_1	y_2	x_1	x_2
823	464	9	6
1196	829	13	10
1322	327	15	6
1060	393	12	6
913	675	11	8
1075	749	12	9
1055	736	12	9
1126	391	13	6
1056	387	12	6
1317	564	15	8
799	457	9	6
1114	388	13	6
948	309	11	5
989	874	10	10
702	863	8	9
1753	419	19	8
1653	203	17	6
1098	874	13	10
1663	357	19	7
1226	696	13	9
1140	398	13	6
1445	507	14	8
429	827	6	8
665	417	8	5
792	848	9	9

Вариант 4			
y_1	y_2	x_1	x_2
694	805	11	8
418	633	8	6
830	990	12	10
741	808	13	8
290	1291	7	11
797	320	13	4
571	982	10	9
1069	887	18	9
825	1026	13	10
636	824	10	8
762	446	13	5
1115	377	18	5
793	662	13	7
1178	381	19	5

Вариант 5			
y_1	y_2	x_1	x_2
861	1949	12	18
1158	2677	15	25
632	3050	8	27
241	2447	4	21
1188	926	18	10
1277	3036	17	28
553	1806	9	16
673	1766	11	16
724	2210	10	20
570	1551	9	14
758	2808	10	25
983	1074	14	11
878	2741	10	25
664	2810	9	25

Вариант 6			
y_1	y_2	x_1	x_2
294	912	6	8
235	684	5	6
264	1271	6	11
484	1437	7	13
161	1261	3	11
99	717	5	6
150	1742	3	15
116	1043	3	9
243	1374	4	12
99	1654	3	14
296	535	6	5
445	1225	8	11
419	1776	5	16
248	909	5	8

Вариант 4			
y_1	y_2	x_1	x_2
400	655	8	6
761	928	13	9
757	543	12	6
886	537	14	6
564	379	10	4
730	1016	11	10
842	908	14	9
1076	355	16	5
612	979	11	9
785	907	13	9
358	524	7	5

Вариант 5			
y_1	y_2	x_1	x_2
976	2656	14	24
825	2459	13	22
811	1140	13	11
795	1502	12	14
695	1870	11	17
765	3780	11	33
1109	1318	17	13
499	1824	9	16
721	3051	10	27
811	2524	10	23
811	3498	10	31

Вариант 6			
y_1	y_2	x_1	x_2
359	909	8	8
359	1127	7	10
222	1057	6	9
258	896	5	8
431	1423	6	13
479	1292	7	12
214	915	5	8
457	1567	8	14
325	1142	6	10
398	756	7	7
239	1474	4	13

Вариант 10			
y_1	y_2	x_1	x_2
1536	149	17	6
2103	138	22	7
2849	0	29	6
2560	0	27	4
2119	0	23	4
1401	77	16	4
1941	218	21	8
2538	0	27	3
2065	44	22	5
1371	115	15	5
1627	28	18	4
1839	82	21	5
1820	0	20	4
1455	226	16	7
1790	119	19	6
2520	0	26	4
2490	0	27	5
2087	0	22	4
1935	0	21	2
2216	0	24	4
1461	103	17	5
2115	17	22	5
1775	118	19	6
1865	0	20	4
1294	53	14	4

Вариант 11			
y_1	y_2	x_1	x_2
2456	166	26	8
1377	244	16	7
2369	222	25	9
2361	271	25	10
1471	398	16	10
1954	185	20	8
1932	310	21	9
1869	171	20	7
2464	0	26	5
912	384	11	8
1096	331	12	8
1633	224	18	7
921	411	11	9
2591	357	27	12
1932	345	20	10
1400	186	16	6
1566	371	16	10
2194	545	23	14
2162	93	24	6
2794	158	29	9
1447	342	16	9
1536	495	16	12
2542	578	25	16
1465	343	16	9
2708	264	27	11

Вариант 12			
y_1	y_2	x_1	x_2
2589	2344	24	46
2841	2862	24	56
1880	2449	17	46
1938	3178	16	59
1880	1512	18	30
2310	1844	22	37
1976	974	20	21
2323	2045	20	41
2293	2323	21	45
1176	2255	10	41
2034	1480	19	30
2260	2668	19	51
2245	1854	21	37
2637	521	27	15
1830	1546	17	31
2286	1268	22	27
1597	1760	15	34
2947	2061	27	42
1553	2014	14	38
2377	1810	23	36
2148	1571	20	32
2401	2809	20	54
2396	2489	22	48
1798	3602	13	66
2647	2376	24	47

Вариант 7			
y_1	y_2	x_1	x_2
461	287	7	7
788	379	8	11
564	612	7	13
737	345	8	10
790	420	9	11
542	540	6	12
602	598	7	13
81	716	3	12
783	76	9	5
550	362	6	9
119	288	3	5
364	462	5	10
603	473	7	11
681	133	8	6
806	598	9	14
650	374	7	10
597	586	7	13
1111	218	13	9
588	463	7	11
623	405	7	10
855	209	10	8
904	301	9	10
783	582	8	14
604	519	7	12
657	378	7	10

Вариант 8			
y_1	y_2	x_1	x_2
474	352	5	9
444	582	5	12
698	652	7	15
531	669	6	14
718	599	8	14
326	662	4	13
443	903	4	18
818	933	9	20
392	767	5	15
582	411	7	10
414	448	4	10
683	1002	6	21
597	658	7	14
855	588	8	15
382	730	5	14
361	570	4	12
535	902	6	18
653	913	6	19
431	108	6	4
693	544	7	13
432	599	6	12
725	503	9	12
438	1003	5	19
679	728	7	16
464	918	5	18

Вариант 9			
y_1	y_2	x_1	x_2
1027	105	12	4
1750	12	19	4
2013	0	22	4
1971	80	20	6
2118	123	22	7
1843	-52	20	3
1587	160	17	6
1151	133	13	5
1329	50	15	4
1369	72	16	4
799	120	9	4
1390	69	16	4
1595	12	17	4
1363	100	16	4
1044	164	12	5
1028	66	13	3
974	129	12	4
937	177	11	5
1091	195	12	6
586	211	7	5
1928	0	21	4
1248	224	13	7
2155	14	23	5
1257	117	14	5
1728	17	19	4

Вариант 13			
y_1	y_2	x_1	x_2
454	2129	2	38
474	1915	3	34
588	3466	2	61
569	2488	3	44
624	2632	3	47
350	2249	2	39
521	2034	3	36
154	616	3	11
461	2250	2	40
369	1574	3	28
651	3029	2	54
420	1814	3	32
472	1726	3	31
467	2084	3	37

Вариант 14			
y_1	y_2	x_1	x_2
995	464	11	10
1268	436	14	10
1270	534	14	12
524	740	6	14
1475	281	16	8
602	812	7	15
1379	343	15	9
534	308	7	6
539	936	6	17
1045	741	11	15
1606	315	17	9
1166	703	12	15
889	412	11	9
815	435	10	9

Вариант 15			
y_1	y_2	x_1	x_2
1292	0	15	2
932	66	12	3
1046	43	12	3
1985	0	21	2
1313	0	15	2
1093	91	13	4
1049	43	12	3
799	115	9	4
499	77	7	2
1242	0	14	2
929	16	12	2
1432	38	15	4
828	66	10	3
386	99	6	2

Вариант 13			
y_1	y_2	x_1	x_2
462	2808	2	49
256	2175	1	38
726	3576	3	63
317	1580	2	28
436	2618	2	46
523	2329	3	41
364	1243	3	22
591	2968	3	52
641	2831	3	50
591	2890	4	51
373	1700	3	30

Вариант 14			
y_1	y_2	x_1	x_2
1274	382	14	9
1003	428	12	9
1085	374	11	9
982	590	10	12
1158	509	13	11
274	728	4	13
1677	647	17	15
1107	904	11	18
1556	594	16	14
1018	810	11	16
1235	295	13	8

Вариант 15			
y_1	y_2	x_1	x_2
1539	0	17	3
630	30	8	2
297	126	6	2
1167	42	14	3
964	0	11	2
1183	0	13	2
934	73	11	3
660	40	8	2
606	24	7	2
1004	0	12	1
1236	28	14	3

Вариант 19			
y_1	y_2	x_1	x_2
1211	284	13	4
1317	429	14	6
1204	758	13	10
1163	412	14	5
1062	487	13	6
742	840	8	11
633	392	8	5
947	671	10	9
1420	576	15	8
942	373	11	5
713	626	8	8
1687	750	18	10
797	766	9	10
2033	440	22	6
1142	499	12	7
1307	695	14	9
624	448	7	6
1134	542	13	7
1221	306	14	4
1422	330	17	4
992	534	11	7
395	812	5	10
1205	595	13	8
1283	698	14	9
1022	352	11	5

Вариант 20			
y_1	y_2	x_1	x_2
426	1823	3	24
325	1466	3	19
269	1645	3	21
248	1863	2	24
195	2474	1	32
281	2293	3	29
205	1710	2	22
379	2429	3	31
536	2077	4	27
275	2480	2	32
261	1251	3	16
252	1811	3	23
337	2031	3	26
223	1729	2	22
342	1616	3	21
205	1444	3	18
374	2003	3	26
107	1721	1	22
282	2427	2	31
205	1479	2	19
407	2302	2	30
353	2053	2	27
359	2274	3	29
416	2176	3	28
280	2091	2	27

Вариант 16			
y_1	y_2	x_1	x_2
628	966	7	14
1048	532	12	10
1078	909	11	15
1203	572	13	11
790	681	9	11
1764	772	18	15
1259	470	13	10
1395	762	15	14
1374	948	14	16
1481	985	15	17
1092	516	13	10
1628	561	17	12
891	901	10	14
564	1127	6	16
551	665	7	10
1484	358	16	9
353	604	5	9
970	1521	10	22
1093	1228	11	19
774	855	9	13
1130	841	13	14
1566	1124	16	19
1536	682	17	13
1347	782	15	14
1023	690	10	12

Вариант 17			
y_1	y_2	x_1	x_2
844	1776	8	25
1180	1767	12	26
1715	1637	17	26
1447	1552	14	24
1243	2009	12	29
1597	1811	15	28
1334	1489	13	23
1962	2457	18	37
1694	1734	17	27
1133	2094	11	30
1540	1590	14	25
1599	1662	16	26
1396	2436	13	35
1209	1525	12	23
1259	1929	12	28
879	1347	9	20
1474	1792	14	27
2321	1655	22	28
1364	1998	14	29
1564	2152	14	32
1168	2466	10	35
1838	2552	16	38
705	1087	8	16
591	721	7	11
2063	2663	18	40

Вариант 18			
y_1	y_2	x_1	x_2
881	259	10	6
973	321	11	7
1247	91	14	5
1005	557	12	10
752	194	9	5
845	113	10	4
1220	106	14	5
1116	279	12	7
720	564	9	9
938	263	11	6
1716	149	18	7
1023	458	11	9
1388	354	15	9
1183	196	13	6
879	566	10	10
1613	323	17	9
1092	434	12	9
1255	412	13	9
978	542	11	10
490	280	6	5
1131	534	13	10
1394	116	14	6
858	720	9	12
986	488	11	9
737	522	9	9

4.

Приложение

Исходный текст функций Excel для анализа корреляции рангов

```
Function Spearman(x As Variant, y As Variant) As Double
    Dim Array1 As Variant: Dim Array2 As Variant
    Dim Array01 As Variant: Dim Array02 As Variant
    Array1 = SpearmanRank(x)
    Array2 = SpearmanRank(y)
    q = 0
    For i = LBound(Array1) To UBound(Array1)
        If Not (Application.IsNumber(Array1(i)) And
Application.IsNumber(Array2(i))) Then q = q + 1
    Next
    ReDim Array01(UBound(Array1) - q): ReDim
Array02(UBound(Array2) - q)
    q = 0
    For i = LBound(Array1) To UBound(Array1)
        If Not (Application.IsNumber(Array1(i)) And
Application.IsNumber(Array2(i))) Then
            q = q + 1
        Else
            Array01(i - q) = Array1(i): Array02(i - q) = Array2(i)
        End If
    Next
    Spearman = Application.Pearson(Array01, Array02)
End Function
```

```
Function SpearmanRank(Source) As Variant
    Dim Result() As Variant, Cnt() As Integer, i As Integer
    ReDim Result(Source.Count - 1): ReDim Cnt(Source.Count - 1)
    On Error Resume Next
    For i = 1 To Source.Count
        Result(i - 1) = Application.Rank(Source(i), Source)
        If Result(i - 1) <> CVErr(2042) Then
            Cnt(Result(i - 1) - 1) = Cnt(Result(i - 1) - 1) + 1
        End If
    Next
End Function
```

```
Next
For i = 0 To Source.Count - q
    If Result(i) <> CVErr(2042) Then
        Result(i) = Result(i) + (Cnt(Result(i) - 1) - 1) / 2
    Else
        Result(i) = Empty
    End If
Next
SpearmanRank = Result
End Function

Function SpearmanP(R, DF) As Double
    On Error Resume Next
    SpearmanP = Application.TDist(Abs(R) / Sqr(1 - R * R) * Sqr(DF
- 2), DF - 2, 2) * (R / Abs(R))
End Function
```

Содержание

Введение	3
Лабораторная работа №1. Модели межотраслевого баланса	5
Лабораторная работа №2. Практикум по решению задач линейного программирования	11
Лабораторная работа №3. Теория двойственности. Экономический анализ оптимального плана	17
Лабораторная работа №4. Оптимизация портфеля ценных бумаг с использованием линейного программирования	19
Лабораторная работа №5. Размещение производства по филиалам...	25
Лабораторная работа №6. Транспортная задача	30
Лабораторная работа №7. Динамическое программирование	33
Лабораторная работа №8. Нелинейное программирование: отражение эффекта масштаба и ценовых эффектов на олигопольных рынках	38
Лабораторная работа №9. Оценивание параметров функции Торнквиста	46
Лабораторная работа №10. Микроэкономический анализ технологической эффективности фирмы	53
Приложение	61